

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

**ФІЗИКА**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**І КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ**

з розділів

**МАГНЕТИЗМ, КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ, ХВИЛЬОВА ОПТИКА,**  
**КВАНТОВА ФІЗИКА**

(для студентів 1 і 2 курсів заочної форми навчання)

**ХАРКІВ**  
**ХНАМГ**  
**2011**

Фізика: методичні вказівки і контрольні завдання з розділів «Магнетизм, коливання і хвилі, хвильова оптика, квантова фізика» (для студентів 1 і 2 курсів заочної форми навчання) / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: К. Ю. Аксьонова, Ю. Д. Оксюк, Є. Б. Сидоренко. - Х.: ХНАМГ, 2011. – 100 с.

Укладачі: К. Ю. Аксьонова,  
Ю. Д. Овсюк,  
Є. Б. Сидоренко

Рецензент: професор, д. ф.-м. н., зав. кафедри фізики ХНАДТУ О. І. П'ятак

Рекомендовано кафедрою фізики,  
протокол № 2 від 25 жовтня 2008 р.

## ЗМІСТ

	Стор.
<b>ПЕРЕДМОВА .....</b>	4
<b>1. МАГНЕТИЗМ .....</b>	4
1.1. Магнітне поле у вакуумі.....	4
1.1.1. Природа магнетизму. Магнітна індукція. Магнітна взаємодія струмів.....	4
1.1.2. Закон Біо – Савара - Лапласа. Теорема про циркуляцію.....	10
1.1.3. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі.....	15
1.2. Магнітне поле в речовині.....	17
1.3. Електромагнітна індукція. Правило Ленца.....	22
1.3.1. Самоіндукція. Енергія магнітного поля.....	25
1.4. Приклади розв’язання задач з магнетизму.....	27
Контрольна робота № 5 (магнетизм).....	31
<b>2. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ .....</b>	43
2.1. Механічні коливання.....	44
2.1.1. Гармонічні коливання.....	44
2.1.2. Вільні коливання. Пружинний маятник. Математичний маятник. Фізичний маятник.....	45
2.1.3. Перетворення енергії при вільних коливаннях.....	48
2.1.4. Затухаючі коливання.....	49
2.1.5. Вимушені коливання. Резонанс.....	50
2.2. Електромагнітні коливання.....	52
2.3. Хвильові процеси. Основні властивості електромагнітних хвиль.....	55
<b>3. ХВИЛЬОВА ОПТИКА .....</b>	57
3.1. Розвиток уявлень про природу світла.....	57
3.2. Інтерференція світлових хвиль.....	59
3.3. Дифракція світла.....	62
3.4. Поляризація світла.....	68
<b>4. КВАНТОВА ФІЗИКА .....</b>	71
4.1. Теплове випромінювання.....	72
4.2. Гіпотеза де Бройля.....	75
4.3. Фотоелектричний ефект.....	76
<b>5. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ .....</b>	79
5.1 Приклади розв’язання задач з розділів 2,3,4,5.....	82
Контрольна робота № 6 (Коливання і хвилі, хвильова оптика, квантова фізика, теорія відносності).....	86
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	100

## ПЕРЕДМОВА

Ці методичні вказівки є продовженням навчально-методичного посібника і контрольних завдань для студентів заочної форми навчання “Фізика. Механіка, молекулярна фізика, електрика”. Мета цих вказівок надати допомогу студентам інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів у вивченні курсу фізики. Загальні рекомендації з вивчення курсу фізики, розв’язання задач та виконання контрольних робіт наведені у вказаному вище посібнику і в „Методичних рекомендаціях до організації самостійної роботи з вивчення курсу фізики”, укладачі Аксьонова К.Ю., Оксюк Ю.Д., Сидоренко Є.Б. - Харків: ХНАМГ, 2008.

## 1. МАГНЕТИЗМ

### 1.1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

#### 1.1.1. Природа магнетизму. Магнітна індукція. Магнітна взаємодія струмів

Магнітні явища були відомі ще в стародавньому світі. Компас був винайдений більше 4500 років тому. У Європі він з'явився приблизно в XII столітті нової ери. Проте тільки в XIX столітті був виявлений зв'язок між електрикою і магнетизмом і виникло уявлення про *магнітне поле*.

Першими експериментами (проведені в 1820 р.), які показали, що між електричними і магнітними явищами є глибокий зв'язок, були дослідження данського фізика Х. Ерстеда. Ці дослідження показали, що на магнітну стрілку, розташовану поблизу провідника зі струмом, діють сили, які намагаються її повернути. У тому ж році французький фізик Л. Ампер спостерігав силову взаємодію двох провідників із струмами і встановив закон взаємодії струмів.

За сучасними уявленнями, провідники зі струмом взаємодіють не безпосередньо, а через магнітні поля, що їх оточують.

Джерелами магнітного поля є **рухомі** електричні заряди (струми). Магнітне поле виникає в просторі, що оточує провідники із струмом, подібно

до того, як в просторі, що оточує нерухомі електричні заряди, виникає електричне поле. Магнітне поле постійних магнітів також створюється електричними мікрострумами, циркулюючими всередині молекул речовини (гіпотеза Ампера).

Вчені XIX століття намагалися створити теорію магнітного поля по аналогії з електростатикою, для цього вони ввели таке поняття як **магнітні заряди** двох знаків (наприклад, північний  $N$  і південний  $S$  полюси магнітної стрілки). Проте сучасні дослідження показують, що ізольованих магнітних зарядів не існує.

Магнітне поле струмів принципово відрізняється від електричного поля. Магнітне поле, на відміну від електричного, діє **тільки** на рухомі заряди (струми).

Для опису магнітного поля необхідно ввести силову характеристику поля, аналогічну вектору напруженості  $\vec{E}$  електричного поля. Такою характеристикою є **вектор магнітної індукції**  $\vec{B}$ , який визначає сили, що діють на струми або рухомі заряди в магнітному полі.

За позитивний **напрямок вектора**  $\vec{B}$  приймається напрямок від південного полюса  $S$  до північного полюса  $N$  магнітної стрілки, що вільно орієнтується в магнітному полі. Таким чином, досліджуючи магнітне поле, що створюється струмом або постійним магнітом, за допомогою маленької магнітної стрілки, можна в кожній точці простору визначити напрямок вектора  $\vec{B}$ . Таке дослідження дозволяє наочно уявити просторову структуру магнітного поля. Аналогічно **силовим лініям** в електростатиці можна побудувати **лінії магнітної індукції**, в кожній точці яких вектор  $\vec{B}$  є спрямованим по дотичній. Приклад ліній магнітної індукції полів постійного магніту і котушки із струмом приведений на рис. 1.1.

Зверніть увагу на аналогію магнітних полів постійного магніта і котушки зі струмом. Лінії магнітної індукції завжди замкнені, вони ніде не обриваються. Це означає, що магнітне поле не має джерел – магнітних зарядів. Фізичні поля, що мають таку властивість, називаються **вихровими**. Картину магнітної

індукції можна спостерігати за допомогою дрібної залізної тирси, яка в магнітному полі намагнічується і, подібно до маленьких магнітних стрілок, орієнтуються вздовж ліній індукції.

На рис. 1.1 зображені лінії магнітної індукції полів постійного магніта і котушки зі струмом. Індикаторні магнітні стрілки орієнтуються за напрямом дотичних до ліній індукції.

Для того, щоб кількісно описати магнітне поле, потрібно вказати спосіб визначення не тільки напрямку вектора  $\vec{B}$ , але і його модуля. Найпростіше це зробити, вносячи до досліджуваного магнітного поля провідник із струмом і вимірюючи силу, що діє на окрему прямолінійну ділянку цього провідника. Ця ділянка провідника повинна мати довжину  $\Delta l$ , достатньо малу в порівнянні з розмірами областей неоднорідності магнітного поля. Як показали досліди Ампера, сила, що діє на ділянку провідника, пропорційна силі струму  $I$ , довжині  $\Delta l$  цієї ділянки і синусу кута  $\alpha$  між напрямками струму і вектора магнітної індукції:

$$F \sim I \Delta l \sin \alpha$$

Ця сила називається **силою Ампера**. Вона досягає максимального за модулем значення  $F_{\max}$ , коли провідник із струмом орієнтований перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Для модуля вектора  $\vec{B}$  можна дати таке визначення:

**Модуль вектора магнітної індукції дорівнює відношенню максимального значення сили Ампера, що діє на прямий провідник із струмом, до сили струму  $I$  в провіднику і його довжині  $\Delta l$ :**

$$B = \frac{F_{\max}}{I \Delta l}$$

У загальному випадку сила Ампера визначається співвідношенням:

$$F = I B \Delta l \sin \alpha$$

Це співвідношення прийнято називати **законом Ампера**.

У системі одиниць СІ за одиницю магнітної індукції прийнята індукція такого магнітного поля, в якому на кожен метр довжини провідника при силі струму 1 А діє максимальна сила Ампера 1 Н. Ця одиниця називається **тесла** (Тл).

$$1 \text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$$

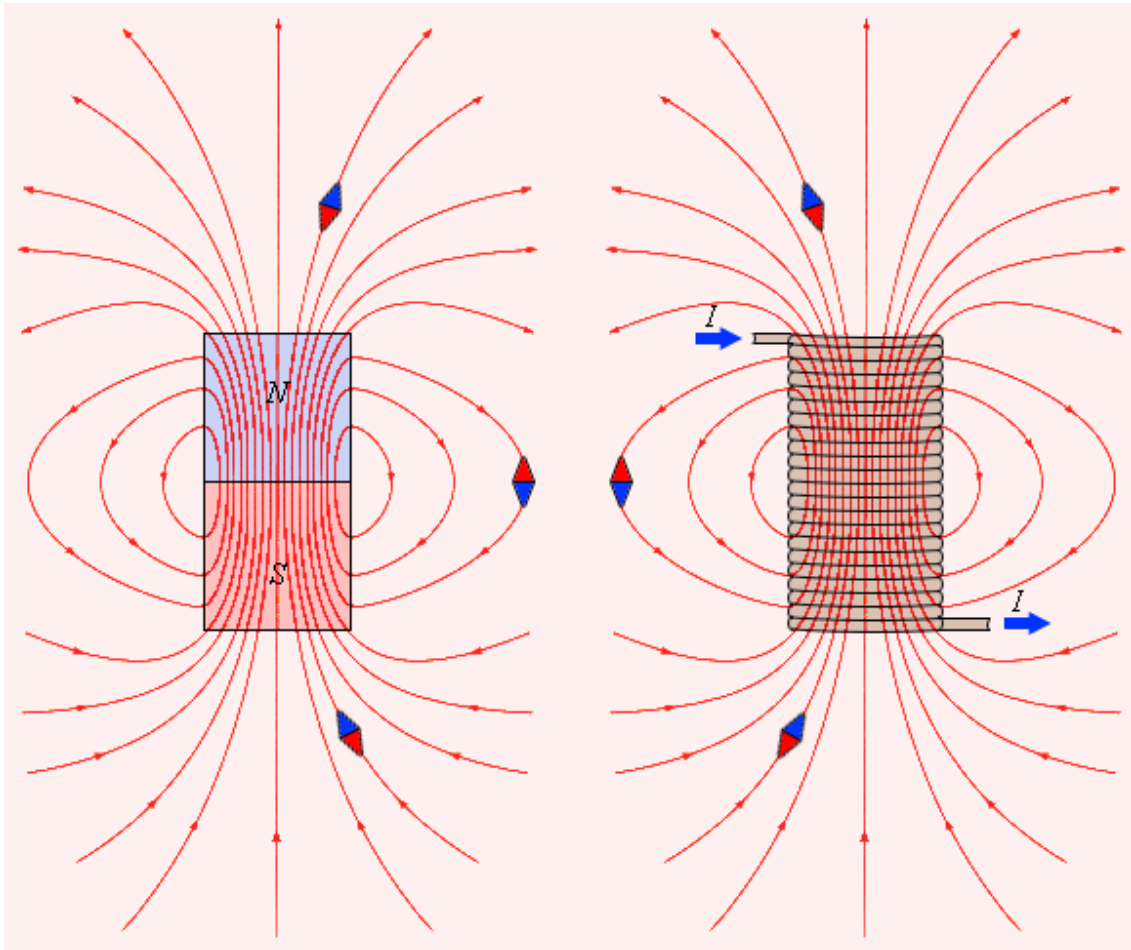


Рис. 1.1

Тесла – дуже велика одиниця. Індукція магнітного поля Землі приблизно дорівнює  $0,5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ . Великий лабораторний електромагніт може створити поле не більше 5 Тл.

Сила Ампера спрямована перпендикулярно до вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  і напрямку струму, що тече по провідникові. Для визначення напрямку сили Ампера зазвичай використовують **правило лівої руки**: якщо розташувати ліву руку так, щоб лінії індукції  $\vec{B}$  входили в долоню, а витягнуті пальці були спрямовані вздовж струму, то відведений великий палець вкаже напрямок сили, що діє на провідник (рис. 1.2).

Якщо кут  $\alpha$  між напрямками вектора  $\vec{B}$  і струму в провіднику відмінний від  $90^\circ$ , то для визначення напрямку сили Ампера  $\vec{F}$  зручніше користуватися **правилом свердлика**: уявний свердлик розташовується перпендикулярно площині, в якій лежить вектор  $\vec{B}$  і провідник із струмом, потім його рукоятка повертається від напрямку струму до напрямку вектора  $\vec{B}$ . Поступальне переміщення свердлика показуватиме напрям сили Ампера  $\vec{F}$  (рис. 1.2). Правило свердлика часто називають **правилом правого гвинта**.

Одним з важливих прикладів магнітної взаємодії є взаємодія паралельних струмів. Закономірності цього явища були експериментально встановлені **Ампером**. Якщо по двох паралельних провідниках електричні струми течуть в один і той же бік, то спостерігається взаємне тяжіння провідників. У разі, коли струми течуть в протилежних напрямках, провідники відштовхуються.

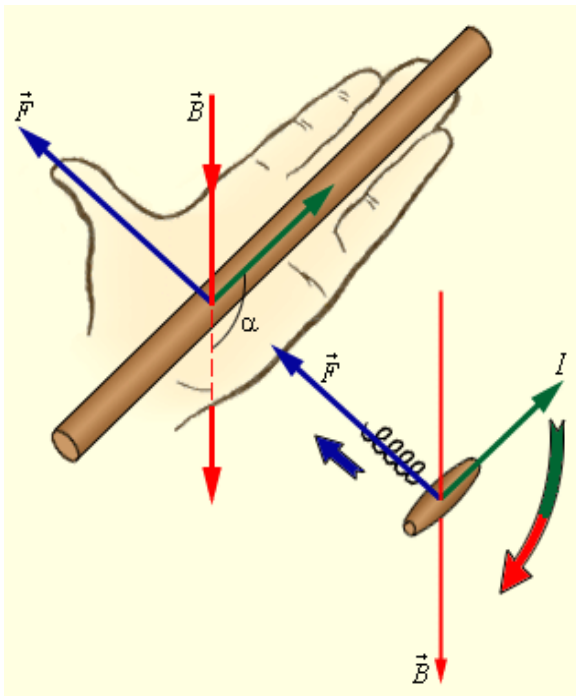


Рис. 1.2

**Взаємодія струмів викликається їх магнітними полями: магнітне поле одного струму діє силою Ампера на інший струм і навпаки.**

Досліди показали, що модуль сили, що діє на відрізок довжиною  $\Delta l$  кожного з провідників, прямо пропорційний силам струму  $I_1$  і  $I_2$  в провідниках, довжині відрізка  $\Delta l$  і обернено пропорційний відстані  $R$  між ними.

У Міжнародній системі одиниць СІ коефіцієнт пропорційності  $k$  має вигляд:

$$k = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

$\mu_0$  – постійна величина, яку називають **магнітною сталою**. Введення магнітної постійної в СІ спрощує запис ряду формул. Її чисельне значення дорівнює

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{A}^2} = 1.26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{A}^2}$$

Формула, що визначає закон магнітної взаємодії паралельних струмів, приймає вигляд:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 \Delta l}{R}$$



Звідси неважко отримати вираз для індукції магнітного поля кожного з прямолінійних провідників. Магнітне поле прямолінійного провідника із струмом повинне мати осьову симетрію і, отже, замкнені лінії магнітної індукції можуть бути тільки концентричними колами, розташованими в площинах, перпендикулярних провідникові. Це означає, що вектори  $\vec{B}_1$  і  $\vec{B}_2$  магнітної індукції паралельних струмів  $I_1$  і  $I_2$  лежать в площині, перпендикулярній обом струмам. Тому при обчисленні сил Ампера, що діють на провідники зі струмом, в законі Ампера потрібно покласти  $\sin \alpha = 1$ . З формули для сили магнітної взаємодії паралельних струмів виходить, що модуль індукції  $B$  магнітного поля прямолінійного провідника з струмом  $I$  на відстані  $R$  від нього визначається співвідношенням:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}$$

Для того, щоб при магнітній взаємодії паралельні струми притягувалися, а антипаралельні відштовхувалися, лінії магнітної індукції поля прямолінійного провідника повинні бути направлені за годинниковою стрілкою, якщо дивитися вздовж провідника за напрямом струму. Для визначення напрямку вектора  $\vec{B}$  магнітного поля прямолінійного провідника також можна користуватися правилом свердлика: напрям обертання рукоятки свердлика співпадає з напрямом вектора  $\vec{B}$ , якщо при обертанні свердлик переміщується у напрямі струму (рис. 1.3).

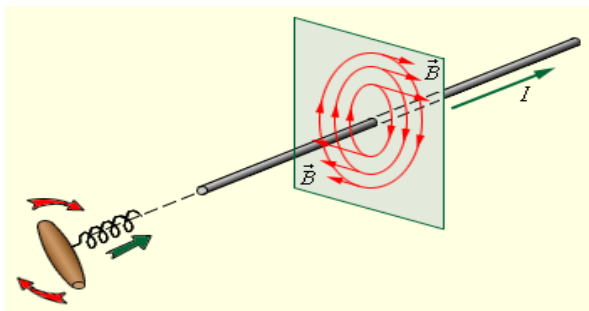


Рис. 1.3

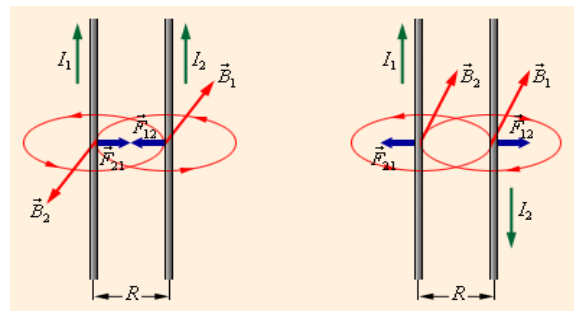


Рис. 1.4

Рис. 1.4 пояснює закон взаємодії паралельних струмів.

Магнітна взаємодія паралельних провідників із струмом використовується в Міжнародній системі одиниць (СІ) для визначення одиниці сили струму – ампера.

**Ампер** – сила постійного струму, який при проходженні по двох паралельних провідниках нескінченної довжини і нескінченно малого колового перетину, які розташовані на відстані 1 м один від одного у вакуумі, викликав би між цими провідниками силу магнітної взаємодії, що дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на кожен метр довжини.

### 1.1.2. Закон Біо – Савара - Лапласа. Теорема про циркуляцію

Магнітне поле постійних струмів різної конфігурації вивчалось експериментально французькими ученими **Ж. Біо** і **Ф. Саваром** (1820 р.). Вони прийшли до висновку, що індукція магнітного поля струмів, що течуть по провідникові, визначається сумісною дією всіх окремих ділянок провідника. Для магнітного поля є справедливим **принцип суперпозиції**:

**Якщо магнітне поле створюється декількома провідниками зі струмом, то індукція результуючого поля є векторна сума індукцій полів, що створюються кожним провідником окремо.**

**Індукцію**  $\vec{B}$  провідника з струмом можна розглядати як векторну суму елементарних індукцій  $\Delta\vec{B}$ , що створюються окремими ділянками провідника. Практично неможливо виділити окрему ділянку провідника з струмом, оскільки постійні струми завжди замкнені. Можна виміряти тільки сумарну індукцію магнітного поля, що створюється всіма елементами струму. **Закон Біо - Савара - Лапласа** визначає внесок  $\Delta\vec{B}$ , створюваний малою ділянкою  $\Delta l$ , у магнітну індукцію  $\vec{B}$  результуючого магнітного поля провідника з струмом  $I$ .

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I \Delta l \sin \alpha}{4\pi R^2}$$

Тут  $r$  – відстань від даної ділянки  $\Delta l$  до точки спостереження,  $\alpha$  – кут між напрямком на точку спостереження і напрямом струму на даній ділянці,  $\mu_0$  – магнітна стала. Напрямок вектора  $\Delta\vec{B}$  визначається правилом свердлика: він співпадає з напрямом обертання рукоятки свердлика при його поступальному переміщенні вздовж струму. Рис. 1.5 ілюструє закон Біо – Савара - Лапласа на прикладі магнітного поля прямолінійного провідника з струмом. Якщо підсумувати (проінтегрувати) внески в магнітне поле всіх окремих ділянок прямолінійного провідника зі струмом, то вийде формула для магнітної індукції поля прямого струму:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

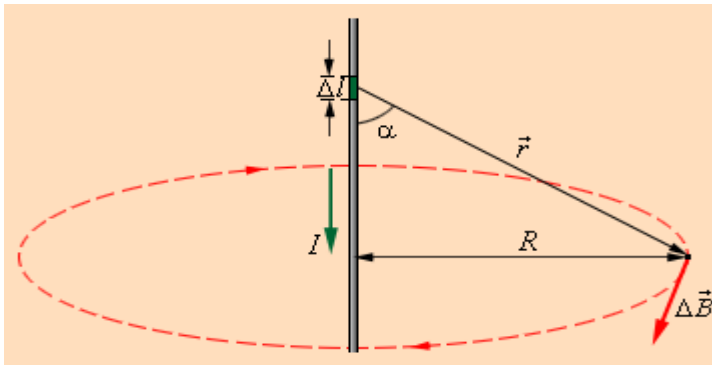


Рис. 1.5

Закон Біо - Савара - Лапласа дозволяє розраховувати магнітні поля струмів різних конфігурацій. Легко, наприклад, виконати - магнітного поля в центрі колового витка з струмом. Цей розрахунок призводить до формули:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R},$$

де  $R$  – радіус колового провідника.

Для визначення напрямку вектора  $\vec{B}$  також можна використовувати правило свердлика, тільки тепер його рукоятку потрібно обертати у напрямі колового струму, а поступальне переміщення свердлика вкаже напрям вектора магнітної індукції.

Розрахунки магнітного поля часто спрощуються при урахуванні симетрії в конфігурації струмів, що створюють поле. В цьому випадку можна користуватися *теоремою про циркуляцію вектора магнітної індукції*, яка в теорії магнітного поля струмів грає ту ж роль, що і теорема Гаусса в електростатиці.

Пояснимо поняття циркуляції вектора  $\vec{B}$ . Нехай в просторі, де створено магнітне поле, вибрано деякий умовний замкнений контур (не обов'язково пло-

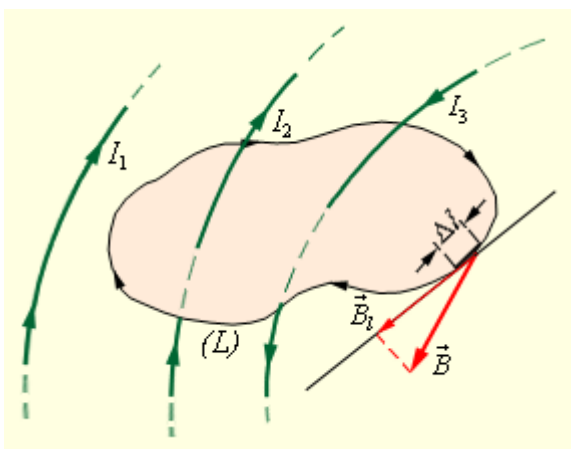


Рис. 1.6

ський) і вказаний позитивний напрям його обходу. На кожній окремій малій ділянці  $\Delta l$  цього контура можна визначити дотичну складову  $B_l$  вектора  $\vec{B}$  у даному місці, тобто визначити проекцію вектора  $\vec{B}$  на напрям дотичної до даної ділянки контура (рис. 1.6).

Циркуляцією вектора  $\vec{B}$  називають наступний інтеграл, що береться по всьому контуру  $L$ :

$$\oint B_l dl$$

Деякі струми, що створюють магнітне поле, можуть пронизувати вибраний контур  $L$  в той час, як інші струми можуть знаходитися в стороні від контура.

Теорема про циркуляцію стверджує, що циркуляція вектора  $\vec{B}$  магнітного поля постійних струмів по будь-якому контуру  $L$  завжди дорівнює добутку магнітної сталої  $\mu_0$  на суму всіх струмів, що пронизують контур:

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum_i I_i$$

Як приклад на рис. 1.6 зображено декілька провідників з струмами, що створюють магнітне поле. Струми  $I_2$  і  $I_3$  пронизують контур  $L$  в протилежних напрямках, їм повинні бути приписані різні знаки – позитивними вважаються струми, які пов'язані з вибраним напрямом обходу контура правилом правого гвинта (свердлика). Отже,  $I_3 > 0$ , а  $I_2 < 0$ . Струм  $I_1$  не пронизує контур  $L$ .

Теорема про циркуляцію в даному прикладі визначається співвідношенням:

$$\oint B_l dl = \mu_0 (I_3 - I_2)$$

Теорема про циркуляцію в загальному вигляді є слідством закону Біо – Савара - Лапласа і принципу суперпозиції.

Простим прикладом застосування теореми про циркуляцію є одержання формули для магнітної індукції поля прямолінійного провідника зі струмом. Враховуючи симетрію в даному випадку, контур  $L$  доцільно вибрати у вигляді кола деякого радіусу  $R$ , що знаходиться в перпендикулярній до провідника площині. Центр кола знаходиться в деякій точці провідника. Через симетрію вектор  $\vec{B}$  спрямований по дотичній ( $B_l = B$ ), а його модуль однаковий в усіх точках кола. Застосування теореми про циркуляцію приводить до співвідношення:

$$\oint B_l dl = 2\pi RB = \mu_0 I,$$

а магнітна індукція прямолінійного провідника з струмом дорівнює:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

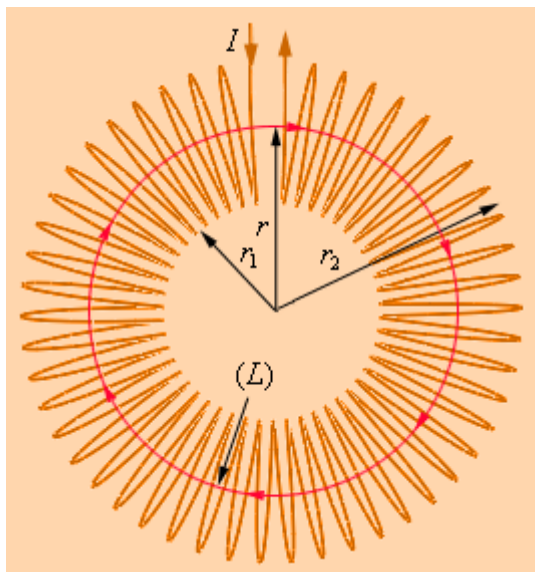


Рис. 1.7

Цей приклад показує, що теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  може бути використана для розрахунку магнітних полів, що створюються струмами, розташування яких в просторі є симетричним. Є достатньо практично важливих прикладів розрахунку магнітних полів за допомогою теореми про циркуляцію. Одним з таких прикладів є обчислення поля тороїдальної котушки (рис. 1.7).

Передбачається, що котушка щільно, тобто виток до витка, намотана на немагнітне тороїдальне осердя. У такій котушці лінії магнітної індукції замикаються всередині котушки і мають вигляд концентричних кіл. Вони спрямовані так, що дивлячись вздовж них, ми побачили б струм у витках, циркулюючим за годинниковою стрілкою. Одна з ліній індукції деякого радіусу  $r_1 < r < r_2$  зображена на рис. 1.7. Застосуємо теорему про циркуляцію до контура  $L$ , що має форму кола, співпадаючого із зображеною на рис. 1.7 лінією індукції магнітного поля. З міркувань симетрії ясно, що модуль вектора  $\vec{B}$  однаковий вздовж всієї цієї лінії. За теоремою про циркуляцію можна записати:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 IN$$

де  $N$  – повне число витків, а  $I$  – струм, що тече по витках котушки. Отже:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2\pi \cdot r}$$

Таким чином, модуль вектора магнітної індукції в тороїдальній котушці залежить від радіусу  $r$ . Якщо сердечник котушки тонкий, тобто  $r_2 - r_1 \ll r$ , то магнітне поле всередині котушки практично однорідне. Величина  $n = NI / 2\pi \cdot r$  є числом витків на одиницю довжини котушки. В цьому випадку:

$$B = \mu_0 In$$

В цей вираз не входить радіус тора, тому воно справедливе і в граничному випадку  $r \rightarrow \infty$ . Тобто кожен частину тороїдальної котушки можна розглядати як довгу прямолінійну котушку. Такі котушки називають **соленоїдами**. Далеко від торців соленоїда модуль магнітної індукції визначається за тим же співвідношенням, що і у разі тороїдальної котушки.

На рис. 1.8 зображено магнітне поле котушки кінцевої довжини. Слід звернути увагу на те, що в центральній частині котушки магнітне поле практично однорідне і значно сильніше, ніж поза котушкою. На це вказує густина ліній магнітної індукції. У граничному випадку нескінченно довгого соленоїда однорідне магнітне поле цілком зосереджене всередині нього.

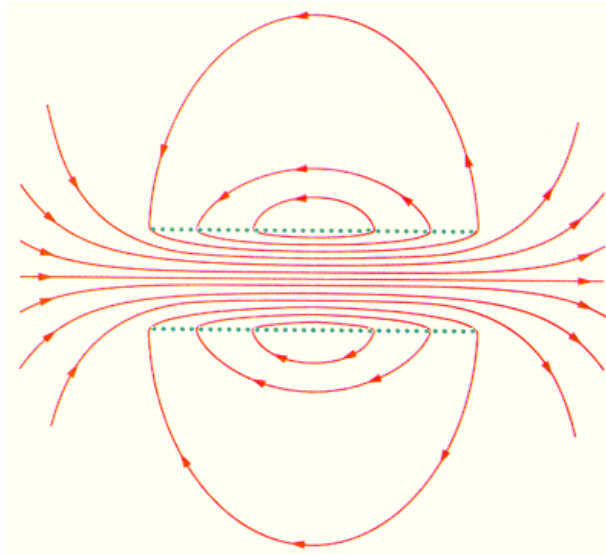


Рис. 1.8

У разі нескінченного довгого соленоїда формулу для знаходження модуля магнітної індукції можна отримати безпосередньо за допомогою теореми про циркуляцію, застосувавши її до прямокутного контура, показаного на рис. 1.9.

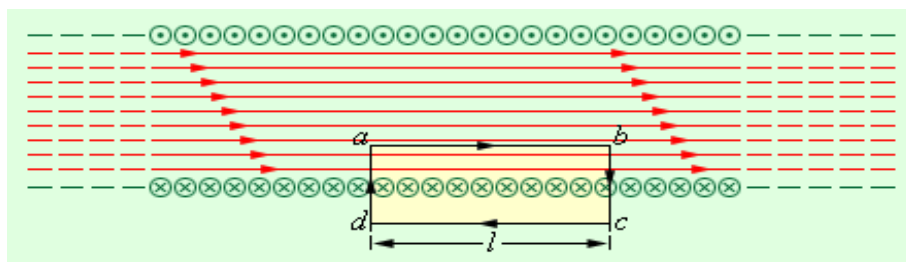


Рис. 1.9

Вектор магнітної індукції має відмінну від нуля проекцію на напрямок обходу контура  $abcd$  тільки на стороні  $ab$  (рис. 1.9) Отже, циркуляція вектора  $\vec{B}$  по контуру дорівнює  $Bl$ , де  $l$  – довжина сторони  $ab$ . Число витків соленоїда, що пронизують контур  $abcd$ , дорівнює  $n \cdot l$ , де  $n$  – число витків на одиницю довжини соленоїда, а повний струм, що пронизує контур, дорівнює  $Inl$ . Згідно з теоремою про циркуляцію:

$$Bl = \mu_0 Inl ,$$

Звідки

$$B = \mu_0 In$$

Цей вираз співпадає з отриманою раніше формулою для магнітного поля тонкої тороїдальної котушки.

### 1.1.3. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі

Сила Ампера, що діє на відрізок провідника довжиною  $\Delta l$  з силою струму  $I$ , який знаходиться в магнітному полі  $\vec{B}$ :

$$F = I B \Delta l \sin \alpha$$

може бути знайдена за допомогою сил, що діють на окремі носії заряду.

Нехай концентрація носіїв вільного заряду в провіднику є  $n$ , а  $q$  – заряд носія. Тоді добуток  $nqvS$ , де  $v$  – модуль швидкості впорядкованого руху носіїв по провідникові, а  $S$  – площа поперечного перетину провідника, дорівнює струму, що тече по провідникові:

$$I = qnvS$$

Силу Ампера можна записати у вигляді:

$$F = qnS \Delta l B v \sin \alpha$$

Оскільки повне число  $N$  носіїв вільного заряду в провіднику довжиною  $\Delta l$  і перетином  $S$  дорівнює  $nS\Delta l$ , то сила, що діє на одну заряджену частинку, дорівнює:

$$F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha$$

Силу  $F_{\text{Л}}$  називають силою Лоренца. В цьому співвідношенні  $\alpha$  – це кут між швидкістю  $v$  і вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ . Напрямок сили Лоренца, що діє позитивно на заряджену частинку, так само, як і напрям сили Ампера, може бути знайдений за [правилом](#) лівої руки або за [правилом](#) свердлика.

Сила Лоренца спрямована перпендикулярно векторам  $\vec{v}$  і  $\vec{B}$  (рис. 1.10).

**При русі зарядженої частинки в магнітному полі сила Лоренца роботи не здійснює.** Тому модуль вектора швидкості при русі частинки не змінюється.

Якщо заряджена частинка рухається в однорідному магнітному полі під дією сили Лоренца, а її швидкість  $\vec{v}$  лежить в площині, перпендикулярній вектору  $\vec{B}$ , то частинка рухатиметься по колу радіусу

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Сила Лоренца в цьому випадку грає роль доцентрової сили (рис. 1.11).

Період обертання частинки в однорідному магнітному полі дорівнює:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

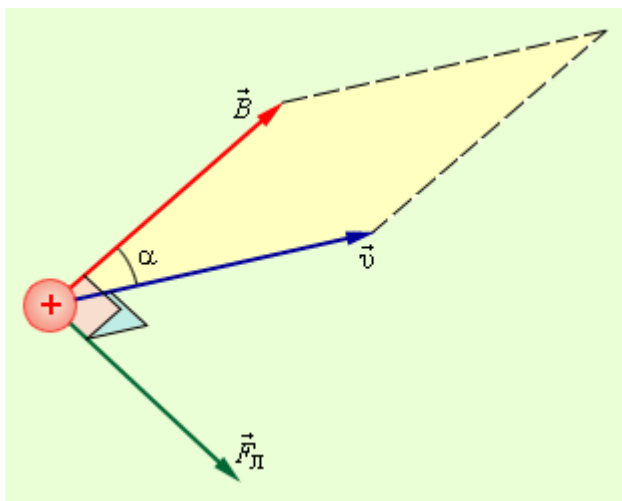


Рис. 1.10

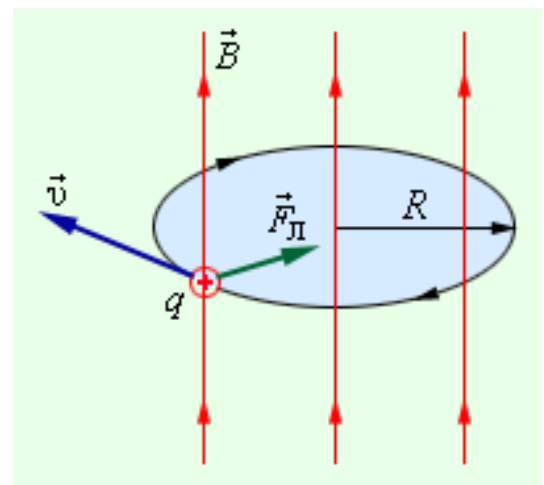


Рис. 1.11

Цей вираз показує, що для заряджених частинок заданої маси  $m$  період обертання не залежить від швидкості  $v$  і радіусу траєкторії  $R$ .

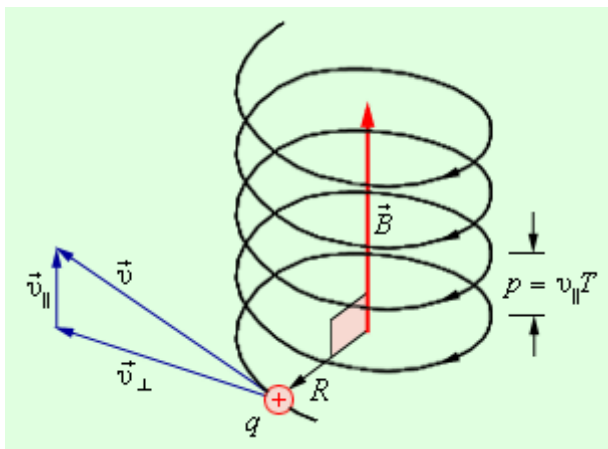


Рис. 1.12

Якщо швидкість частинки  $\vec{v}$  має складову  $v_{\parallel}$  вздовж напрямку магнітного поля, то така частинка рухатиметься в однорідному магнітному полі по гвинтовій лінії. При цьому радіус гвинтової лінії залежить від модуля перпендикулярної магнітному полю складової  $v_{\perp}$  вектора  $\vec{v}$ , а крок гвинтової лінії  $p$  – від модуля подовжньої складової  $v_{\parallel}$  (рис. 1.12).

$$v_{\perp} = v \sin \alpha \quad v_{\parallel} = v \cos \alpha ,$$



де  $\alpha$  - кут між напрямками швидкості і магнітного поля. Період обертання частинки залишиться таким, як і при прямому куті  $\alpha$ , а радіус і крок гвинтової лінії  $p$  визначаються так:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}, \quad p = Tv \cos \alpha = \frac{2\pi \cdot mv \cos \alpha}{qB}.$$

Таким чином, траєкторія зарядженої частинки як би навивається на лінії магнітної індукції. Це явище використовується в техніці для **магнітної термоізоляції високотемпературної плазми**.

## 1.2. МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

Експериментальні дослідження показали, що всі речовини більшою чи меншою мірою мають магнітні властивості. Якщо два витки з струмами вмістити в яке-небудь середовище, то сила магнітної взаємодії між струмами змінюється. Цей дослід показує, що індукція магнітного поля, що створюється електричними струмами в речовині, відрізняється від індукції магнітного поля, що створюється тими ж струмами у вакуумі.

Фізична величина, що показує, у скільки разів індукція  $\vec{B}$  магнітного поля у однорідному середовищі відрізняється за модулем від індукції  $\vec{B}_0$  магнітного поля у вакуумі, називається **магнітною проникністю**:

$$\mu = \frac{B}{B_0}$$

**Магнітні властивості речовин визначаються магнітними властивостями атомів або елементарних частинок** (електронів, протонів і нейтронів), що входять до складу атомів. В даний час встановлено, що магнітні властивості протонів і нейтронів майже в 1000 разів слабкіше за магнітні властивості електронів. Тому магнітні властивості речовин в основному визначаються електронами, що входять до складу атомів.

Однією з найважливіших властивостей електрона є наявність у нього не тільки електричного, але і власного магнітного поля. Власне магнітне поле електрона існує завдяки **спіну** (spin – обертання). Електрон створює магнітне поле також і за рахунок орбітального руху навколо ядра, яке можна вважати коловим мікрострумом. Поля спінів електронів і магнітні поля, обумовлені їх орбітальним рухом, і визначають широкий спектр магнітних властивостей речовин.

Речовини вкрай різноманітні за своїми магнітними властивостями. У більшості речовин ці властивості **виражені** слабо.

**Слабомагнітні речовини** поділяються на дві великі групи – **парамагнетики** і **діамагнетики**. Вони відрізняються тим, що при внесенні до зовнішнього магнітного поля парамагнітні зразки намагнічуються так, що їх власне магнітне поле виявляється спрямованим за зовнішнім полем, а діамагнітні зразки намагнічуються проти зовнішнього поля. Тому у парамагнетиків  $\mu > 1$ , а у діамагнетиків  $\mu < 1$ . Відмінність  $\mu$  від одиниці у пара- і діамагнетиків надзвичайно мала. Наприклад, у алюмінію, який відноситься до парамагнетиків,  $\mu - 1 \approx 2.1 \cdot 10^{-5}$ , у хлористого заліза ( $FeCl_3$ )  $\mu - 1 \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$ . До парамагнетиків належить також платина, повітря і багато інших речовин. До діамагнетиків належать мідь ( $\mu - 1 \approx 3 \cdot 10^{-6}$ ), вода ( $\mu - 1 \approx 9 \cdot 10^{-6}$ ), вісмут ( $\mu - 1 \approx 1.7 \cdot 10^{-3}$ ) та інші речовини.

Зразки з пара- і діамагнетика, вміщені в неоднорідне магнітне поле між полюсами електромагніту (рис. 1.13), поведуться по-різному – парамагнетики (1) втягуються в область сильного поля, діамагнетики (2) – виштовхуються.

Пара- і діамагнетизм пояснюється поведінкою електронних орбіт в зовнішньому магнітному полі. У атомів діамагнітних речовин у відсутності зовнішнього поля власні магнітні поля електронів і поля, що створюються їх орбітальним рухом, повністю компенсуються. Виникнення діамагнетизму пов'язане з дією сили Лоренца на електронні орбіти. Під дією цієї сили змінюється характер орбітального руху електронів і порушується компенсація магнітних полів. Власне магнітне поле атома, що виникає при цьому, виявляється спрямованим проти напрямку індукції зовнішнього поля.

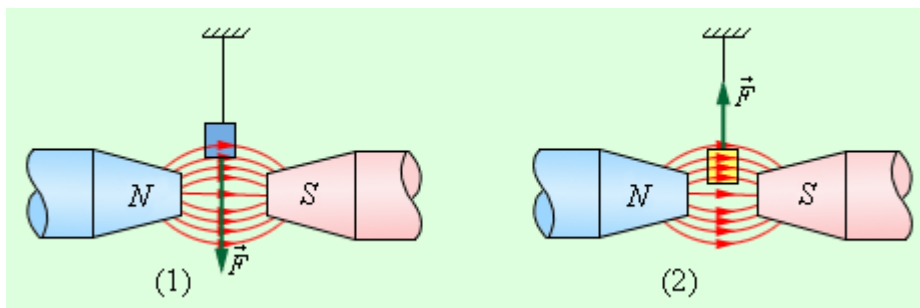


Рис. 1.13

В атомах парамагнітних речовин магнітні поля електронів компенсуються не повністю, і атом виявляється подібним до маленького колового струму. У

відсутності зовнішнього поля ці колові мікроструми орієнтовані довільно, так що сумарна магнітна індукція дорівнює нулю. Зовнішнє магнітне поле здійснює орієнтуючу функцію – мікроструми намагаються зорієнтуватися так, щоб їх власні магнітні поля виявилися спрямованими паралельно індукції зовнішнього поля. Завдяки тепловому руху атомів орієнтація мікрострумів ніколи не буває повною. При посиленні зовнішнього поля орієнтаційний ефект зростає, так що індукція власного магнітного поля парамагнітного зразка збільшується прямо пропорційно індукції зовнішнього магнітного поля. Повна індукція магнітного поля в зразку складається з індукції зовнішнього магнітного поля і індукції власного магнітного поля, що виникло в процесі намагнічення. Механізм намагнічення парамагнетиків дуже схожий на механізм поляризації полярних діелектриків. Діамагнетизм не має аналога серед електричних властивостей речовини.

Слід зазначити, що діамагнітні властивості мають атоми будь-яких речовин. Проте у багатьох випадках діамагнетизм атомів маскується сильнішим парамагнітним ефектом. Явище діамагнетизму було відкрито М. Фарадеєм у 1845 р.

Речовини, здатні сильно намагнічуватися в магнітному полі, називаються **феромагнетиками**. Магнітна проникність феромагнетиків за порядком величини лежить в межах  $10^2$ – $10^5$ . Наприклад, у сталі  $\mu \approx 8000$ , у сплаву заліза з нікелем магнітна проникність досягає значень 25000.

До даної групи відносяться чотири хімічні елементи: залізо, нікель, кобальт, гадоліній. З них найбільшу магнітну проникність має залізо. Тому вся ця група отримала назву феромагнетиків.

Феромагнетиками можуть бути різні сплави, що містять феромагнітні елементи. Широке застосування в техніці отримали керамічні феромагнітні матеріали – ферити.

Для кожного феромагнетика існує певна температура (так звана **температура або точка Кюрі**), вище за яку феромагнітні властивості зникають, і речовина стає парамагнетиком. У заліза, наприклад, температура Кюрі дорівнює  $770^\circ\text{C}$ , у кобальту -  $1130^\circ\text{C}$ , у нікелю -  $360^\circ\text{C}$ .

Феромагнітні матеріали діляться на дві великі групи – на **магніто-м'які** і **магніто-жорсткі** матеріали. Магніто-м'які феромагнітні матеріали майже повністю розмагнічуються, коли зовнішнє магнітне поле стає рівним нулю. До

магніто-м'яких матеріалів відноситься, наприклад, чисте залізо, електротехнічна сталь і деякі сплави. Ці матеріали застосовуються в приладах змінного струму, в яких відбувається безперервне перемагнічування, тобто зміна напрямку магнітного поля (трансформатори, електродвигуни і т. п.).

Магніто-жорсткі матеріали значною мірою зберігають свою намагніченість і після видалення їх з магнітного поля. Прикладами магніто-жорстких матеріалів можуть бути вуглецева сталь і ряд спеціальних сплавів. Магніто-жорсткі матеріали використовуються в основному для виготовлення **постійних магнітів**.

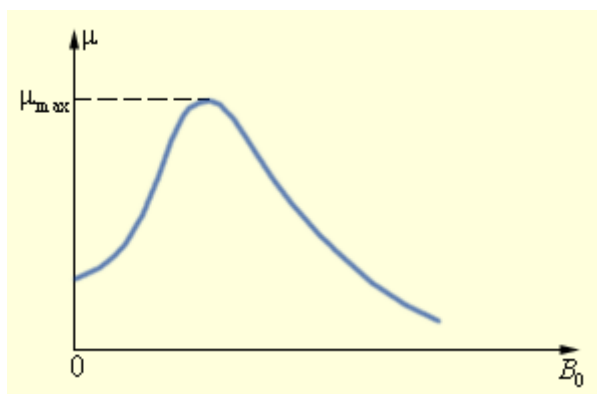


Рис. 1.14

Магнітна проникність  $\mu$  феромагнетиків **не є постійною величиною**; вона суттєво залежить від індукції  $B_0$  зовнішнього поля. Типова залежність  $\mu(B_0)$  наведена на рис. 1.14. У таблицях зазвичай приводяться значення максимальної магнітної проникності.

Непостійність магнітної проникності приводить до складної нелінійної залежності індукції  $\vec{B}$  магнітного поля у феромагнетику від індукції  $\vec{B}_0$  зовнішнього магнітного поля. Характерною особливістю процесу намагнічення феромагнетиків є так званий **гістерезис**, тобто залежність намагнічення від передісторії зразка. Крива намагнічення  $B(B_0)$  феромагнітного зразка є петлею складної форми, яка називається **петлею гістерезису** (рис. 1.15). Стрілками вказано спрямування процесів намагнічення і розмагнічування феромагнітного зразка при зміні індукції  $\vec{B}_0$  зовнішнього магнітного поля.

З рис. 1.15 видно, що при  $|B_0| > B_{0s}$  відбувається магнітне насичення – намагніченість зразка досягає максимального значення. Якщо тепер зменшувати магнітну індукцію  $B_0$  зовнішнього поля і довести її знов до нульового значення, то феромагнетик збереже **залишкову намагніченість** – поле всередині зразка буде дорівнювати  $B_r$ . Залишкова намагніченість зразків дозволяє створювати постійні магніти. Для того, щоб повністю розмагнітити зразок, необхідно, змінивши знак зовнішнього поля, довести магнітну індукцію  $B_0$  до значення  $-B_{0c}$ ,

яке прийнято називати **коерцитивною силою**. Далі процес перемагнічування може бути продовжений, як це вказано стрілками на рис. 1.16.

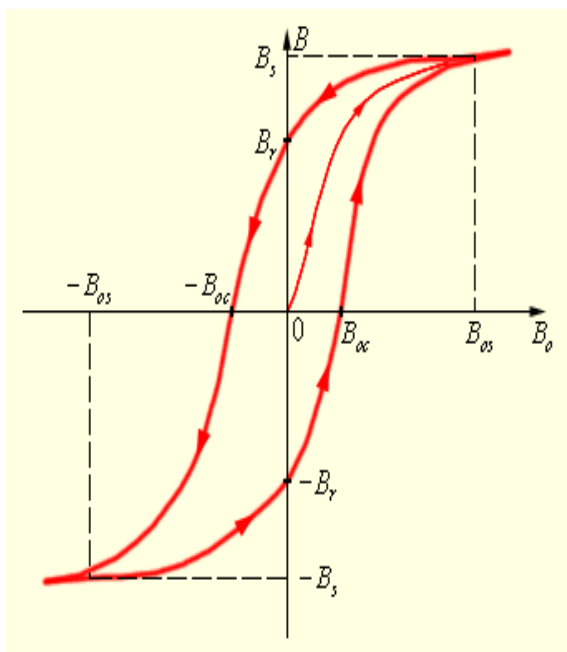


Рис. 1.15

У магніто-м'яких матеріалів значення коерцитивної сили  $B_{0c}$  невелике – петля гістерезису таких матеріалів досить вузька. Матеріали з великим значенням коерцитивної сили, тобто ті, що мають широку петлю гістерезису, належать до магніто-жорстких. У магніто-м'яких матеріалів значення коерцитивної сили  $B_{0c}$  невелике – петля гістерезису таких матеріалів досить вузька. Матеріали з великим значенням коерцитивної сили, тобто ті, що мають широку петлю гістерезису, належать до магніто-жорстких.

Природу феромагнетизму можна до кінця зрозуміти тільки на основі квантових уявлень. Якісно феромагнетизм пояснюється наявністю власних (спінових) магнітних полів у електронів. У кристалах феромагнітних матеріалів виникають умови, при яких, внаслідок сильної взаємодії магнітних полів спінів сусідніх електронів, енергетично вигідною стає їх паралельна орієнтація. В результаті такої взаємодії всередині кристала феромагнетика виникають спонтанно намагнічені області розміром порядку  $10^{-2}$ – $10^{-4}$  см. Ці області називаються **доменами**. Кожен домен вдає із себе невеликий постійний магніт.

У відсутності зовнішнього магнітного поля напрями векторів індукції магнітних полів в різних доменах орієнтовані у великому кристалі хаотично. Такий кристал в середньому виявляється не намагніченим. При накладенні зовнішнього магнітного поля  $\vec{B}_0$  відбувається зсув границь доменів так, що об'єм доменів, орієнтованих по зовнішньому полю, збільшується. Зі збільшенням індукції зовнішнього поля зростає магнітна індукція намагніченої речовини. У дуже сильному зовнішньому полі домени, в яких власне магнітне поле співпадає за напрямком з зовнішнім полем, поглинають решту всіх доменів, і настає магнітне насичення. Рис. 1.15 може служити якісною ілюстрацією процесу намагнічення феромагнітного зразка.

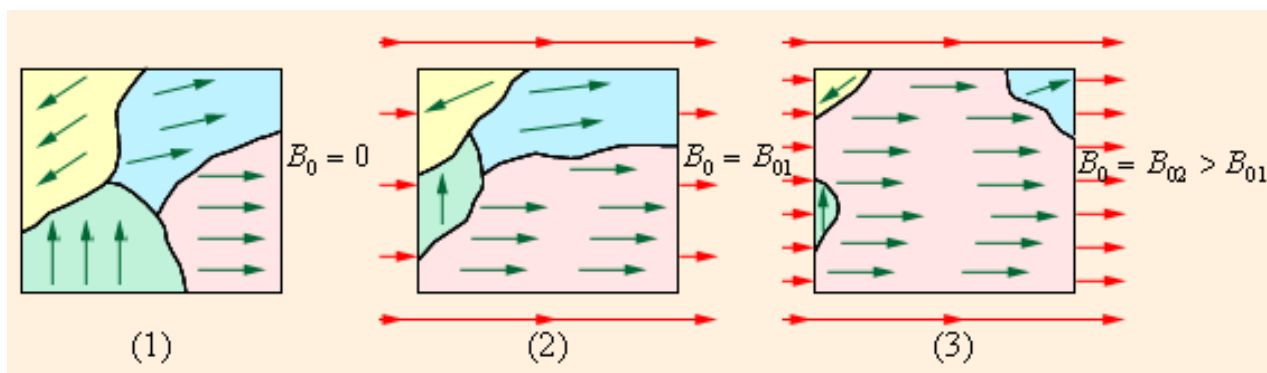


Рис. 1.16

### 1.3. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ. ПРАВИЛО ЛЕНЦА

Явище **електромагнітної індукції** було відкрито видатним англійським фізиком М. Фарадеєм у 1831 р. Воно полягає у виникненні електричного струму в замкненому провідному контурі при зміні за часом магнітного потоку, що пронизує контур.

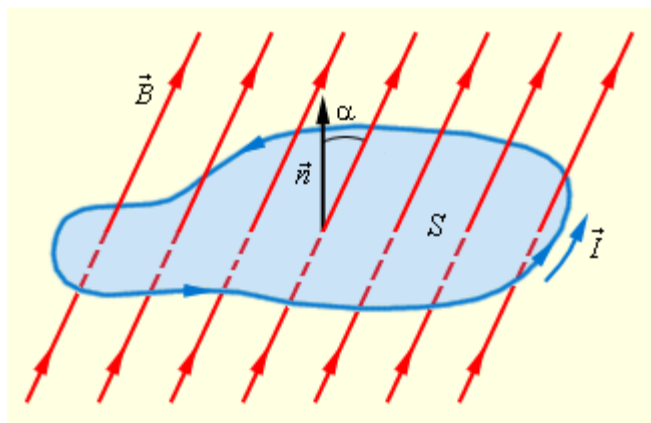


Рис. 1.17

**Магнітним потоком  $\Phi$**  через площу  $S$  контура називають величину

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

де  $B$  – модуль вектора магнітної індукції,  $\alpha$  – кут між вектором  $\vec{B}$  і нормаллю  $\vec{n}$  до площини контура (рис. 1.17). Напрямок нормалі  $\vec{n}$  і вибраний позитивний напрям  $\vec{l}$  обходу контура зв'язані правилом правого свердлика.

Визначення магнітного потоку легко узагальнити на випадок неоднорідного магнітного поля і неплоского контура. Одиниця магнітного потоку в системі СІ називається **вебером** (Вб). Магнітний потік, рівний 1 Вб, створюється магнітним полем з індукцією 1 Тл, що пронизує за напрямком нормалі плоский контур площею 1 м<sup>2</sup>:

$$1\text{Вб} = 1\text{Тл} \cdot 1\text{м}^2$$

Фарадей експериментально встановив, що при зміні магнітного потоку в провідному контурі виникає е.р.с. індукції  $\mathcal{E}_{\text{інд}}$ , що дорівнює швидкості зміни магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром, взятою із знаком мінус:

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Ця формула носить назву **закону електромагнітної індукції Фарадея**.

Досліди показують, що індукційний струм, що виникає в замкненому контурі при зміні магнітного потоку, завжди має такий напрямок, що створюване їм магнітне поле перешкоджає зміні магнітного потоку, який викликає появу індукційного струму. Це твердження, сформульоване в 1833 р., називається **правилом Ленца**.

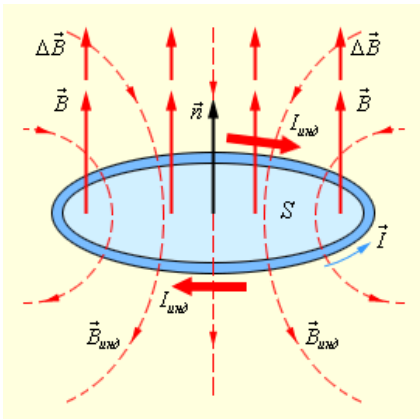


Рис. 1.18

Рис. 1.18 ілюструє правило Ленца на прикладі нерухомого провідного контура, який знаходиться в однорідному магнітному полі, модуль індукції якого збільшується в часі. В даному прикладі  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$ , а  $\mathcal{E}_{ind} < 0$ . Індукційний струм  $I_{ind}$ , що тече назустріч вибраному позитивному напрямку обходу контура, визначається за законом Ома:  $I_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R}$

Правило Ленца відображає той експериментальний факт, що  $\mathcal{E}_{ind}$  і  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  завжди мають протилежні знаки (знак “мінус” у формулі Фарадея). Правило Ленца має глибокий фізичний зміст – воно виражає закон збереження енергії.

Зміна магнітного потоку, що пронизує замкнений контур, може відбуватися з двох причин.

1. Магнітний потік змінюється внаслідок переміщення контура або його частин в постійному в часі магнітному полі. Це випадок, коли провідники, а разом з ними і вільні носії заряду, рухаються в магнітному полі. Виникнення е.р.с. індукції пояснюється дією сили Лоренца на вільні заряди в рухомих провідниках. Сила Лоренца грає в цьому випадку роль сторонньої сили.

Розглянемо, як приклад, виникнення е.р.с. індукції в прямокутному контурі, вміщеному в однорідне магнітне поле  $\vec{B}$ , перпендикулярне площині контура. Хай одна із сторін контура довжиною  $l$  ковзає з швидкістю  $\vec{v}$  по двох інших сторонах (рис. 1.19).



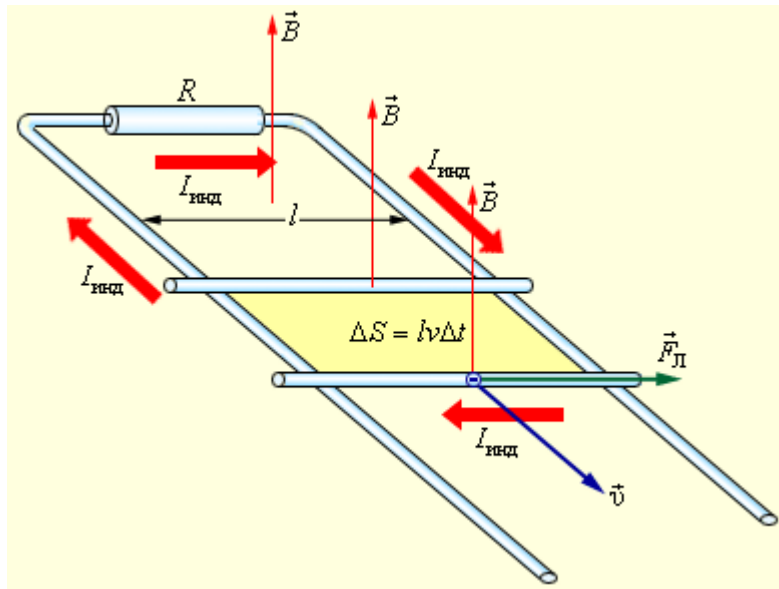


Рис. 1.19

На вільні заряди на цій ділянці контура діє сила Лоренца. Одна з складових цієї сили, пов'язана з **переносною** швидкістю зарядів  $\vec{v}$ , спрямована вздовж провідника. Ця складова вказана на рис. 1.19. Вона грає роль сторонньої сили. Її модуль дорівнює:

$$F_L = evB$$

Робота сили  $F_L$  на шляху  $l$  дорівнює:

$$A = F_L l = evBl$$

За визначенням е.р.с. :

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{A}{e} = vBl$$

2. Друга причина зміни магнітного потоку, що пронизує контур, – зміна за часом магнітного поля при нерухомому контурі. В цьому випадку виникнення е.р.с. індукції вже не можна пояснити дією сили Лоренца. Електрони в нерухомому провіднику можуть приводитися в рух тільки електричним полем. Це електричне поле породжується магнітним полем, що змінюється в часі. Робота цього поля при переміщенні одиничного позитивного заряду по замкненому контуру дорівнює е.р.с. індукції в нерухомому провіднику. Отже, електричне поле, породжене магнітним полем, що змінюється, **не є потенціальним**. Його називають **вихровим електричним полем**. Уявлення



про вихрове електричне поле було введене у фізику великим англійським фізиком Дж. Максвеллом у 1861 р.

Явище електромагнітної індукції в нерухомих провідниках, що виникає при зміні навколишнього магнітного поля, також описується формулою Фарадея. Таким чином, явища індукції в рухомих і нерухомих провідниках **протікають однаково**, але фізична причина виникнення індукційного струму в цих двох випадках є різною: у разі рухомих провідників е.р.с. індукції обумовлена силою Лоренца; у разі нерухомих провідників е.р.с. індукції є наслідком дії на вільні заряди вихрового електричного поля, що виникає при зміні магнітного поля.

### 1.3.1. Самоіндукція. Енергія магнітного поля

**Самоіндукція** є важливим окремим випадком електромагнітної індукції, коли магнітний потік, що змінюється, викликає е.р.с. індукції, що створюється струмом в самому контурі. Якщо струм в даному контурі за якихось причин змінюється, то змінюється і магнітне поле цього струму, а, отже, і власний магнітний потік, що пронизує контур. У контурі виникає е.р.с. самоіндукції, яка згідно правила Ленца перешкоджає зміні струму в контурі.

Власний магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує контур або котушку із струмом, пропорційний силі струму  $I$ :

$$\Phi = LI$$

Коефіцієнт пропорційності  $L$  в цій формулі називається **коефіцієнтом самоіндукції** або **індуктивністю** котушки. Одиниця індуктивності в СІ називається **генрі** ( $G_n$ ). Індуктивність контура або котушки дорівнює  $1 G_n$ , якщо при силі постійного струму  $1 A$  власний потік дорівнює  $1 B\phi$ :

$$1G_n = \frac{1B\phi}{1A}$$

Як приклад розрахуємо індуктивність довгого соленоїда, що має  $N$  витків, площу перетину  $S$  і довжину  $l$ . Магнітне поле соленоїда визначається за формулою:

$$B = \mu_0 In$$

де  $I$  – струм в соленоїді,  $n = \frac{N}{l}$  число витків на одиницю довжини соленоїда.

Магнітний потік, що пронизує всі  $N$  витків соленоїда, дорівнює:

$$\Phi = BSN = \mu_0 n^2 SI$$

Отже, індуктивність соленоїда дорівнює:

$$L = \mu_0 n^2 Sl = \mu_0 n^2 V ,$$

де  $V = Sl$  – об'єм соленоїда, в якому зосереджено магнітне поле. Отриманий результат не враховує крайових ефектів, тому він приблизно справедливий тільки для достатньо довгих котушок. Якщо соленоїд заповнений речовиною з магнітною проникністю  $\mu$ , то при заданому струмі  $I$  індукція магнітного поля зростає за модулем в  $\mu$  разів, тому індуктивність котушки з осердям також збільшується в  $\mu$  разів:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

**Е.р.с. самоіндукції**, що виникає в котушці з постійним значенням індуктивності, згідно з законом Фарадея дорівнює:

$$\mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E}_L = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Е.р.с. самоіндукції прямо пропорційна індуктивності котушки і швидкості зміни сили струму в ній.

Енергія  $W_M$  магнітного поля котушки з індуктивністю  $L$ , що створюється струмом  $I$ , дорівнює:

$$W_M = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

За правилом Ленца індукційні і струми, що виникають внаслідок самоіндукції, мають такий напрямок, щоб перешкоджати змінам струмів в ланцюзі. Це призводить до того, що при розмиканні і замиканні ланцюга встановлення струму відбувається не миттєво, а повільно (поступово)..При розмиканні ланцюга струм змінюється з часом за таким законом:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} .$$

Пр замиканні ланцюга струм зростає з часом за законом:

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

У попередніх виразах  $L$  - індуктивність ланцюга,  $R$  - його активний опір,

$I_0 = \frac{E}{R}$ ,  $E$  - е.р.с. джерела струму.

## 1.4. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З МАГНЕТИЗМУ

### Приклад 1.

По дроту, зігнутому у вигляді квадрата із стороною 10 см тече струм силою 100 А. Визначити магнітну індукцію в точці перетину діагоналей квадрату.

#### Розв'язання:

Згідно принципу суперпозиції магнітних полів, магнітна індукція в точці О перетину діагоналей дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, що створюються кожною стороною квадрата окремо. Всі вектори індукції будуть спрямовані перпендикулярно площині витка. Крім того, з міркувань симетрії виходить, що модулі цих векторів однакові. Тобто чисельне значення індукції магнітного поля в точці О буде  $B = 4B_1$ . За законом Біо – Савара - Лапласа магнітна індукція  $B_1$  поля, що створюється відрізком прямолінійного дроту із струмом, визначається за формулою:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cdot r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Враховуючи, що  $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$  і  $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$ , цю формулу (1) можна переписати у вигляді:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r} \cos \alpha_1$$

Тоді сумарна індукція буде:

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi \cdot r_0} \cos \alpha_1$$

Враховуючи, що  $r_0 = \frac{a}{2}$  і  $\cos \alpha_1 = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , одержимо :

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi \cdot a} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^2}{\pi \cdot 10^{-2}} = 1.13 \cdot 10^{-3} (Тл) = 1.13 мТл$$

## Приклад 2.

Плоский квадратний контур із стороною 10 см, по якому тече струм 100 А, вільно встановився в однорідному магнітному полі, індукція якого 1,0 Тл. Визначити роботу, що здійснюється зовнішніми силами при повороті контура відносно осі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут: 1)  $\varphi_1 = 90^\circ$ ; 2)  $\varphi_2 = 3^\circ$ . При повороті контура сила струму в ньому підтримується незмінною.

### *Розв'язання:*

(Відзначимо, що можна запропонувати декілька способів розв'язання цієї задачі.)

#### *Перший спосіб.*

Відомо, що на контур із струмом в магнітному полі діє момент сил:

$$M = p_m B \sin \varphi ,$$

де  $p_m$  - магнітний момент контуру,  $B$  - магнітна індукція,  $\varphi$  - кут між цими векторами.

За умовою завдання в початковому положенні контур вільно встановився в магнітному полі. При цьому момент сил дорівнює нулю, тобто  $\varphi = 0$ , а це означає, що вектори магнітної індукції і магнітного моменту контура збігаються за напрямком.

Якщо зовнішні сили виведуть контур з положення рівноваги, то виникає момент сил, який визначається за попередньою формулою і який буде намагатися повернути контур в початкове положення. Проти цього моменту і здійснюватиметься робота зовнішніми силами. Оскільки момент сил змінний (залежить від кута повороту), то для підрахунку роботи застосуємо формулу роботи в диференціальній формі:

$$dA = M d\varphi.$$

Підставимо сюди вираз для моменту сил і врахуємо, що в нашому випадку  $p_m = IS = Ia^2$ , де  $I$  - сила струму в контурі, а  $S = a^2$  площа контура, в результаті одержимо:

$$dA = IBa^2 \sin \varphi \cdot d\varphi .$$

Взявши інтеграл від цього виразу, знайдемо роботу при повороті на кінцевий кут:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi \cdot d\varphi .$$

1) Робота при повороті на кут  $\varphi_1 = 90^\circ$ :

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \phi \cdot d\phi = IBa^2 (1 - \cos \phi) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} d\phi = IBa^2 = 100 \cdot 1 \cdot 0.1^2 = 1 (\text{Дж}).$$

2) Робота при повороті на кут  $\varphi_2 = 3^\circ$ . В цьому випадку необхідно врахувати, що кут  $\varphi_2$  малий і можлива заміна  $\sin \varphi_2 = \varphi_2$  за умови, що кут визначається в радіанах:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \phi \cdot d\phi = \frac{1}{2} IBa^2 \phi_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1 \cdot 0.1^2 \cdot \left( \frac{3\pi}{180} \right)^2 = 1.37 \cdot 10^{-3} (\text{Дж}).$$

*Другий спосіб.*

Відомо, що робота зовнішніх сил  $A$  з переміщення контура зі струмом в магнітному полі дорівнює добутку сили струму в контурі на зміну магнітного потоку крізь контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2)$$

де  $\Phi_1$  - магнітний потік, що перетинає контур до переміщення, а  $\Phi_2$  - після переміщення. У першому випадку, наприклад,  $A = IBS = IBa^2$ , що збігається з отриманим вище результатом.

### Приклад 3.

Електрон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів  $400 \text{ В}$ , потрапив в однорідне магнітне поле напруженістю  $1 \text{ кА/м}$ . Визначити радіус кривини траєкторії електрона і частоту обертання його в магнітному полі. Вектор швидкості перпендикулярний до ліній індукції поля.

#### **Розв'язання:**

На електрон, що рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца (дією сили тяжіння можна знехтувати). Сила Лоренца перпендикулярна до вектора швидкості  $\vec{v}$ , отже, надає електрону тільки нормальне прискорення. Рівняння руху електрона в цьому випадку має вигляд:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \sin \alpha,$$

де  $q$  - заряд електрона,  $v$  - швидкість електрона,  $B$  - магнітна індукція,  $m$  - маса електрона,  $R$  - радіус кривини траєкторії електрона,  $\alpha$  - кут між напрямками вектора швидкості і вектора магнітної індукції. За умовою задачі вони перпендикулярні, тобто  $\alpha = 90^\circ$ , а  $\sin \alpha = 1$ . З урахуванням цих зауважень знаходимо радіус кривини траєкторії з рівняння руху:

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

У цьому співвідношенні швидкість руху електрона нам невідома. Знайти її можна із закону збереження енергії. Електрон набуває швидкість при проходженні певної різниці потенціалів, а оскільки модуль швидкості в магнітному полі не змінюється, то:  $\frac{mv^2}{2} = qU$

$$\text{Звідки швидкість } v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

Зв'язок між напруженістю магнітного поля і індукцією наступна:  $B = \mu_0 H$ , де  $\mu_0$  - магнітна постійна.

Остаточний вираз для радіуса кривини траєкторії електрона матиме вигляд:  $R = \frac{\sqrt{2mqU}}{\mu_0 qH} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3} = 5.37 \cdot 10^{-2} (\text{м}) = 5.37 \text{ см}.$

Для визначення частоти обертання скористаємося формулою зв'язку частоти з швидкістю і радіусом:

$$n = \frac{v}{2\pi R} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{q}{m} B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{q}{m} H = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{2\pi \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}} = 3.52 \cdot 10^7 (\text{с}^{-1}).$$

#### Приклад 4.

В однорідному магнітному полі з індукцією  $0,1 \text{ Тл}$  рівномірно з частотою  $10 \text{ об/с}$  обертається рамка, що містить  $1000$  витків, щільно прилеглих один до одного. Площа рамки  $150 \text{ см}^2$ . Визначити миттєве значення е.р.с. індукції відповідне куту повороту рамки на  $30^\circ$ .

#### Розв'язання:

Миттєве значення е.р.с. індукції визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (1)$$

де  $\Psi$  - потокозчеплення.

Потокозчеплення  $\Psi$  пов'язане з магнітним потоком  $\Phi$  і числом витків  $N$ , щільно прилеглих один до одного, співвідношенням:  $\Psi = N\Phi$ .

Якщо підставити цей вираз у попередню формулу, отримаємо:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

При обертанні рамки магнітний потік, що пронизує рамку у момент часу  $t$  змінюється згідно з законом:

$$\Phi = BS \cos(\omega t), \quad (3)$$

де  $B$  - магнітна індукція,  $S$  - площа рамки,  $\omega$  - колова (або циклічна) частота.

Підставимо у формулу (2) вираз (3), продиференціюємо за часом, і знайдемо миттєве значення е.р.с. індукції:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin(\omega t) \quad (4)$$

Колова частота пов'язана з частотою обертання співвідношенням:  
 $\omega = 2\pi n$ .

Підставимо цей вираз у формулу (1) і одержимо:

$$\varepsilon_i = 2\pi n NBS \sin(\omega t) = 2 \cdot 3.14 \cdot 10 \cdot 0.1 \cdot 150 \cdot 10^{-4} \cdot 0.5 = 47.1(B).$$

### Контрольна робота № 5 (магнетизм)

501. По контуру у вигляді рівностороннього трикутника йде струм силою  $40 \text{ А}$ . Сторона трикутника  $0,3 \text{ м}$ . Визначити напруженість і індукцію магнітного поля в точці перетину висот.
502. По двох довгих паралельних провідниках течуть струми  $10 \text{ А}$  і  $15 \text{ А}$ . Відстань між провідниками  $0,1 \text{ м}$ . Визначити напруженість і індукцію магнітного поля в точці, віддаленій від першого провідника на  $0,08 \text{ м}$  і від другого на  $0,06 \text{ м}$ . (Розглянути два випадки: струми течуть в одному напрямку, струми течуть в протилежних напрямках).
503. Є система довгих провідників, зображена на рисунку. Струм в провіднику  $AB$  дорівнює  $8 \text{ А}$ . В точці  $B$  він розгалужується на дві рівні частини. Визначити індукцію магнітного поля в точці  $M$ , віддаленій від точки  $B$  на  $0,25 \text{ м}$ , що створюється цими провідниками.
504. По нескінченно довгому провідникові  $ABC$ , зігнутому під прямим кутом, тече струм  $7 \text{ А}$  (див.рис.). Знайти індукцію магнітного поля в точці  $M$ , віддаленій від точки  $B$  на відстані  $0,2 \text{ м}$ .
505. По тонкому провідникові, зігнутому у вигляді правильного шестикутника із стороною  $0,1 \text{ м}$  тече струм  $20 \text{ А}$ . Визначити напруженість і індукцію магнітного поля в центрі шестикутника.
506. По двох довгих паралельних провідниках, відстань між якими  $0,06 \text{ м}$ , течуть однакові струми  $12 \text{ А}$ . Визначити напруженість і індукцію магнітного поля в

точці, віддаленій від кожного провідника на відстань  $0,06\text{ м}$ , якщо струми течуть: а) в одному напрямі, б) в протилежних напрямках.

507. Два нескінченно довгих прямих провідників схрещені під прямим кутом. По провідниках течуть струми  $80\text{ А}$  і  $60\text{ А}$ . Відстань між провідниками  $0,1\text{ м}$ . Визначити індукцію магнітного поля в точці, що лежить на середині загального перпендикуляра до провідників.
508. По провіднику, зігнутому у вигляді прямокутника із сторонами  $6$  і  $8\text{ см}$ , тече струм силою  $20\text{ А}$ . Визначити напруженість і індукцію магнітного поля в точці перетину діагоналей прямокутника.
509. По нескінченно довгому провідникові  $ABC$  (див. рис.), зігнутому під прямим кутом, тече струм  $10\text{ А}$ . Визначити індукцію магнітного поля, що створюється цим провідником в точках  $D$  і  $F$ . Відстані  $DB = FB = 0,1\text{ м}$ .
510. На рисунку показана схема розгалуження струмів. Всі провідники прямолінійні, достатньо довгі і лежать в одній площині. Сила струму в кожному з розгалужень  $I = 5\text{ А}$ , а кут між ними  $60^\circ$ . Визначити напруженість магнітного поля на лінії, що є перпендикуляром до площини струмів і проходить через точку  $A$  на відстані  $0,2\text{ м}$  від неї.
511. По нескінченно довгому провідникові  $ABC$ , зігнутому під прямим кутом, тече струм  $10\text{ А}$  (див. рис.). В скільки разів зміниться індукція магнітного поля в точці  $M$ , якщо в точці  $B$  приєднати нескінченно довгий провідник  $BD$  так, щоб струм в точці  $B$  розгалужувався на дві рівні частини, а струм в провіднику  $AB$  залишався тим самим.
512. Знайти індукцію магнітного поля на осі колового контура на відстані  $3\text{ см}$  від його площини. Радіус контура  $4\text{ см}$ , сила струму в ньому  $2\text{ А}$ .
513. Два колові витки радіусом  $4\text{ см}$  кожен розташовані коаксіально на відстані  $6\text{ см}$  один від одного. По одному витку тече струм  $2\text{ А}$ , по іншому –  $4\text{ А}$ . Визначити напруженість магнітного поля в точці, що лежить на осі витків на рівних відстанях від них.
514. Два кругові витки розташовано взаємно перпендикулярно так, що їх центри співпадають. Радіус першого витка рівний  $2\text{ см}$  і по ньому тече струм силою  $5\text{ А}$ , радіус другого витка дорівнює  $4\text{ см}$  і по ньому тече струм силою  $2\text{ А}$ . Визначити напруженість і індукцію магнітного поля в центрі витків.
515. По провідникові, зігнутому у вигляді кола, тече струм. Напруженість магнітного поля в центрі кола  $20\text{ А/м}$ . Не змінюючи сили струму в



провіднику, йому надали форму квадрата. Визначити напруженість магнітного поля в точці перетину діагоналей цього квадрата.

516. По тонкому дроту, зігнутому так, як показано на рисунку, тече струм силою  $5\text{ А}$ . Радіус півкола  $2,5\text{ см}$ . Визначити індукцію магнітного поля в центрі півкола.
517. По наближених уявленнях теорії Бора електрон в атомі водню рухається навколо ядра по коловій орбіті, радіус якої становить  $0,53\text{ нм}$ . Визначити, яке магнітне поле створює він в центрі колової орбіти?
518. З дроту діаметром  $1\text{ мм}$  треба намотати соленоїд, всередині якого напруженість магнітного поля повинна мати значення  $24\text{ кА/м}$ . Гранична сила струму, яку можна пропускати по дроту, становить  $6\text{ А}$ . Із якого числа шарів дроту складатиметься обмотка соленоїда, якщо витки намотувати щільно один до одного? Діаметр котушки вважати малим в порівнянні з її довжиною.
519. Нескінченно довгий дріт утворює петлю, дотичну до дроту. По дроту тече струм силою  $5\text{ А}$ . Визначити радіус петлі, якщо відомо, що напруженість магнітного поля в центрі петлі дорівнює  $41\text{ А/м}$ .
520. Два коаксіальні колові витки радіусом  $4\text{ см}$  кожен розташовані в паралельних площинах на відстані  $5\text{ см}$  один від одного. По витках течуть рівні струми  $4\text{ А}$ . Визначити індукцію магнітного поля в центрі одного з витків. Задачу розв'язати для випадків: 1) струми у витках течуть в одному напрямі, 2) струми течуть в протилежних напрямках.
521. В центрі колового дротяного витка створюється магнітна індукція  $B$  при різниці потенціалів  $U$  на кінцях витка. Як потрібно змінити прикладену різницю потенціалів, щоб отримати таку ж індукцію магнітного поля в центрі витка удвічі більшого радіусу, зробленого з того ж дроту?
522. По прямому нескінченно довгому провідникові тече струм силою  $3,14\text{ А}$ . Коловий виток розташований так, що площина витка паралельна прямому провідникові, а перпендикуляр, опущений на нього з центру витка, є нормаллю і до площини витка. По витку проходить струм  $3\text{ А}$ . Відстань від центру витка до прямого провідника  $0,2\text{ м}$ . Радіус витка  $0,3\text{ м}$ . Знайти величину і напрямок магнітної індукції в центрі витка.
523. Два прямолінійних довгих паралельних провідника знаходяться на відстані  $0,1\text{ м}$  один від одного. По провідниках течуть струми в одному напрямку

силою  $20\text{ А}$  і  $30\text{ А}$ . Яку роботу ї (на одиницю довжини провідників) треба виконати, щоб розсунути ці провідники до відстані  $0,2\text{ м}$ ?

524. Прямий дріт завдовжки  $0,2\text{ м}$ , по якому тече струм силою  $50\text{ А}$ , рухається в однорідному магнітному полі з індукцією  $2\text{ Тл}$ . Яку роботу здійснюють сили, що діють на дріт з боку поля, перемістивши його на  $0,1\text{ м}$ , якщо напрям переміщення перпендикулярний лініям індукції і напрямку струму?
525. Виток радіусом  $0,1\text{ м}$ , по якому тече струм силою  $20\text{ А}$ , вільно встановлюється в однорідному магнітному полі напруженістю  $1\text{ кА/м}$ . Виток повернули відносно діаметру на кут  $60^\circ$ . Визначити виконану при цьому роботу.
526. Квадратна дротяна рамка розташована в одній площині з довгим прямим дротом так, що дві її сторони паралельні дроту. По рамці і дроту течуть однакові струми силою  $100\text{ А}$ . Визначити силу, що діє на рамку, якщо найближча до дроту сторона рамки знаходиться від нього на відстані, рівній її довжині.
527. Кільце з внутрішнім радіусом  $0,1\text{ м}$  і зовнішнім –  $0,15\text{ м}$  несе рівномірно розподілений по поверхні заряд  $0,6\text{ мкКл}$ . Кільце рівномірно обертається відносно осі, що проходить крізь його центр і перпендикулярній площині кільця. Частота обертання  $15\text{ с}^{-1}$ . Визначити: 1)магнітний момент колового струму, що створюється кільцем, 2)відношення магнітного моменту до моменту імпульсу, якщо маса диска дорівнює  $0,3\text{ кг}$ .
528. Диск радіусом  $0,1\text{ м}$  несе рівномірно розподілений по поверхні заряд  $0,2\text{ мкКл}$ . Диск рівномірно обертається відносно осі, що проходить крізь його центр і перпендикуляра площині диска. Частота обертання  $20\text{ с}^{-1}$ . Визначити: 1)магнітний момент колового струму, що створюється диском, 2)відношення магнітного моменту до моменту імпульсу, якщо маса диска дорівнює  $0,1\text{ кг}$
529. Котушка гальванометра, що складається з  $400$  витків тонкого дроту, намотаного на прямокутний каркас завдовжки  $3\text{ см}$  і шириною  $2\text{ см}$ , підвішена на нитці в магнітному полі, індукція якого дорівнює  $0,1\text{ Тл}$ . По котушці тече струм  $0,1\text{ мкА}$ . Знайти обертальний момент, що діє на котушку гальванометра, якщо: 1)площина котушки паралельна напрямку магнітного поля, 2)площина котушки складає кут  $60^\circ$  з напрямком магнітного поля.
530. Коловий контур вміщено в однорідне магнітне поле так, що площа контура перпендикулярна силовим лініям поля. Напруженість магнітного

поля дорівнює  $160 \text{ кА/м}$ . По контуру тече струм  $2 \text{ А}$ . Радіус контура  $2 \text{ см}$ . Яку роботу треба виконати, щоб повернути контур на  $90^\circ$  навколо осі, яка співпадає з діаметром контура.

531. З дроту завдовжки  $0,2 \text{ м}$  зроблені контури: квадратний і коловий. Знайти обертальний момент сил, що діє на кожен контур, вміщений в однорідне магнітне поле, індукція якого дорівнює  $1 \text{ Тл}$ . По контурах тече струм силою  $2 \text{ А}$ . Площина кожного з контурів складає кут  $60^\circ$  з напрямком магнітного поля.
532. По тонкому стрижню завдовжки  $0,2 \text{ м}$  рівномірно розподілений заряд  $30 \text{ мкКл}$ . Стрижень обертається з постійною кутовою швидкістю  $3,14 \text{ рад/с}$  відносно осі, перпендикулярній стрижню, яка проходить крізь один з його кінців. Визначити: 1)магнітний момент, обумовлений обертанням зарядженого стрижня, 2)відношення магнітного моменту до моменту імпульсу, якщо стрижень має масу  $0,2 \text{ кг}$
533. По тонкому стрижню завдовжки  $0,2 \text{ м}$  рівномірно розподілений заряд  $240 \text{ нКл}$ . Стрижень обертається з постійною кутовою швидкістю  $10 \text{ рад/с}$  відносно осі перпендикулярної стрижню, яка проходить крізь його середину. Визначити; 1)магнітний момент, обумовлений обертанням зарядженого стрижня, 2)відношення магнітного моменту до моменту імпульсу, якщо стрижень має масу  $0,012 \text{ кг}$
534. Електрон в атомі водню рухається навколо ядра по круговій орбіті деякого радіусу. Знайти відношення магнітного моменту еквівалентного кругового струму до моменту імпульсу орбітального руху електрона. Вказати на кресленні напрям цих векторів.
535. Електрон в не збудженому атомі водню рухається навколо ядра по колу радіусу  $53 \text{ пм}$  Обчислити магнітний момент еквівалентного кругового струму і механічний момент, що діє на коловий струм, якщо атом вміщений в магнітне поле з індукцією  $0,1 \text{ Тл}$ , спрямованою паралельно площині орбіти електрона.
536. Тонке кільце радіусом  $0,1 \text{ м}$  несе заряд  $10 \text{ нКл}$ . Кільце рівномірно обертається відносно осі, яка співпадає з одним з діаметрів кільця з частотою  $10 \text{ с}^{-1}$ . Визначити: 1)магнітний момент, обумовлений обертанням зарядженого кільця, 2)відношення магнітного моменту до моменту імпульсу, якщо кільце має масу  $0,02 \text{ кг}$

537. Круговий контур вміщений в однорідне магнітне поле так, що площина контура перпендикулярна силовим лініям поля. Напруженість магнітного поля  $160 \text{ кА/м}$ . По контуру тече струм  $2 \text{ А}$ . Радіус контура  $2 \text{ см}$ . Яку роботу треба виконати, щоб повернути контур на  $90^\circ$  навколо осі, що співпадає з діаметром контура.
538. Плоский контур із струмом силою  $10 \text{ А}$  вільно встановився в однорідному магнітному полі з індукцією  $0,1 \text{ Тл}$ . Площа контура  $100 \text{ см}^2$ . Підтримуючи струм в контурі незмінним, його повернули відносно осі, яка лежить в площині контура, на кут  $60^\circ$ . Визначити виконану при цьому роботу.
539. Квадратний контур із стороною  $0,2 \text{ м}$ , в якому тече струм силою  $5 \text{ А}$ , знаходиться в магнітному полі з індукцією  $0,5 \text{ Тл}$  під кутом  $30^\circ$  до ліній індукції. Яку роботу потрібно виконати, щоб при незмінній силі струму в контурі змінити його форму з квадрата на коло?
540. Прямокутний контур переміщується поступально в магнітному полі лінійного струму силою  $5 \text{ А}$  (рис). Сторони прямокутника рівні  $a = 5 \text{ см}$  і  $b = 3 \text{ см}$ ,  $x = 6 \text{ см}$ . Опір контура дорівнює  $10 \text{ Ом}$ . Визначити силу струму, що індукується в контурі, і напрямок цього струму, якщо контур переміщується з постійною швидкістю  $10 \text{ м/с}$ . Знайти роботу по переміщенню контура, яка виконується за  $30 \text{ с}$ .
541. По витку радіусом  $10 \text{ см}$  тече струм силою  $50 \text{ А}$ . Виток вміщено в однорідне магнітне поле з індукцією  $0,2 \text{ Тл}$ . Визначити момент сил, що діє на виток, якщо площина витка складає кут  $60^\circ$  з лініями індукції.
542. Рамка із струмом силою  $5 \text{ А}$  містить  $20$  витків тонкого дроту. Визначити магнітний момент рамки із струмом, якщо її площа дорівнює  $10 \text{ см}^2$ .
543. Рамка, площа якої рівна  $16 \text{ см}^2$ , обертається в однорідному магнітному полі, роблячи  $2 \text{ об/с}$ . Вісь обертання знаходиться в площині рамки і перпендикулярна силовим лініям магнітного поля. Напруженість магнітного поля дорівнює  $79,6 \text{ кА/м}$ . Знайти: 1) залежність магнітного потоку, що пронизує рамку, від часу, 2) максимальне значення магнітного потоку.
544. В магнітному полі, індукція якого дорівнює  $0,05 \text{ Тл}$ , обертається стрижень довжиною  $1 \text{ м}$  з частотою  $3 \text{ об/с}$ . Вісь обертання, що проходить крізь один з кінців стрижня, паралельна силовим лініям магнітного поля. Знайти потік магнітної індукції, що перетинається стрижнем за одну хвилину.

545. В однорідне магнітне полі, напруженість якого  $80 \text{ кА/м}$ , вміщено квадратну рамку. Її площа складає з напрямком магнітного поля кут  $30^\circ$ . Сторона рамки складає  $4 \text{ см}$ . Визначити магнітний потік, що пронизує рамку.
546. Коротка котушка площею поперечного перерізу  $150 \text{ см}^2$ , що складається  $200$  витків дроту, по якому тече струм силою  $4 \text{ А}$ , вміщена в однорідне магнітне поле напруженістю  $8 \text{ кА/м}$ . Знайти: 1) магнітний момент котушки, 2) обертальний момент, що діє на котушку з боку магнітного поля, якщо вісь котушки складає кут  $60^\circ$  з лініями поля.
547. Напруженість магнітного поля в центрі кругового витка  $200 \text{ А/м}$ . Магнітний момент витка дорівнює  $1 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ . Обчислити силу струму у витку і радіус витка.
548. Електрон рухається в однорідному магнітному полі з індукцією  $9 \text{ мТл}$  по гвинтовій лінії, радіус якої  $1 \text{ см}$  і відстань гвинта  $7,8 \text{ см}$ . Визначити період обертання електрона, його швидкість і кінетичну енергію.
549. Однорідне електричне поле напруженістю  $1 \text{ кВ/м}$  і магнітне поле напруженістю  $1 \text{ кА/м}$  співпадають за напрямком. Визначити нормальне і тангенціальне прискорення протона, що рухається в цих полях по напрямку силових ліній із швидкістю  $8 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ . Визначити також ці прискорення в момент входження протона в поля з тією ж швидкістю, якби він рухався перпендикулярно силовим лініям.
550. Протон влетів в однорідне магнітне поле під кутом  $45^\circ$  до напрямку поля і рухається по гвинтовій лінії, радіус якої  $1,5 \text{ см}$ . Індукція магнітного поля  $0,1 \text{ Тл}$ . Знайти відстань гвинта гвинтової лінії і кінетичну енергію протона.
551. Знайти відношення  $q/m$  для зарядженої частинки, якщо вона, влітаючи із швидкістю  $10^6 \text{ м/с}$  в однорідне поле напруженістю  $2 \cdot 10^5 \text{ А/м}$ , рухається по дузі кола радіусом  $8,3 \text{ см}$ . Напрямок швидкості руху частинки перпендикулярний напрямку магнітного поля. Порівняти знайдене значення із значенням  $q/m$  для електрона, протона і  $\alpha$ -частинки.
552. Магнітне поле, індукція якого  $5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ , спрямоване перпендикулярно електричному полю, напруженість якого  $1 \text{ кВ/м}$ . Пучок електронів, що летять з деякою швидкістю, влітає в простір, де розташовані ці поля, причому швидкість електронів перпендикулярна площині, в якій лежать вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$ . Знайти: 1) швидкість пучка електронів, якщо при

одночасній дії обох полів пучок не відхиляється, 2) радіус кривини траєкторії електронів за умови ввімкнення тільки магнітного поля.

553. Електрон, прискорений різницею потенціалів  $3\text{ кВ}$ , влітає в магнітне поле соленоїда під кутом  $30^\circ$  до його осі. Число ампер-витків соленоїда дорівнює  $5000$ . Довжина соленоїда складає  $0,25\text{ м}$ . Знайти відстань і радіус гвинтової траєкторії електрона в магнітному полі соленоїда.
554. Протон влітає в однорідне магнітне поле під кутом  $30^\circ$  до напрямку поля і рухається по гвинтовій лінії, радіус якої складає  $1,5\text{ см}$ . Індукція магнітного поля дорівнює  $0,1\text{ Тл}$ . Знайти кінетичну енергію протона і швидкість його руху, крок гвинтової лінії.
555. Перпендикулярно магнітному полю напруженістю  $10\text{ кА/м}$  збуджено електричне поле напруженістю  $100\text{ кВ/м}$ . Перпендикулярно обом полям рухається, не відхиляючись від прямолінійної траєкторії, заряджена частинка. Визначити швидкість частинки. Розв'язання проілюструвати малюнком.
556. Плоский конденсатор, між пластинами якого створено електричне поле напруженістю  $200\text{ В/м}$ , вміщено в магнітне поле так, що силові лінії полів взаємно перпендикулярні. Яка повинна бути індукція магнітного поля, щоб електрон з початковою енергією  $1\text{ кеВ}$ , що влетів в простір між пластинами конденсатора перпендикулярно силовим лініям магнітного поля не змінив напрямку швидкості?
557. В однорідному магнітному полі з індукцією  $2\text{ Тл}$  рухається протон. Траєкторія його руху є гвинтова лінія з радіусом  $0,1\text{ м}$  і відстанню гвинта  $0,6\text{ м}$ . Визначити кінетичну енергію протона, модуль його швидкості і кут, який складав вектор швидкості протона з вектором індукції магнітного поля у момент вльоту протона в магнітне поле.
558. в магнітному полі з індукцією  $0,01\text{ Тл}$  обертається стрижень завдовжки  $0,2\text{ м}$  з постійною кутовою швидкістю  $100\text{ с}^{-1}$ , Знайти е.р.с. індукції, що виникає в стрижні, якщо вісь обертання проходить крізь кінець стрижня паралельно лініям індукції магнітного поля.
559. В однорідному магнітному полі з індукцією  $0,06\text{ Тл}$  знаходиться соленоїд діаметром  $8\text{ см}$ , що має  $80$  витків мідного дроту перетином  $1\text{ мм}^2$ . Соленоїд повертають на кут  $180^\circ$  за час  $0,2\text{ с}$  так, що його вісь залишається направленою вздовж ліній індукції магнітного поля. Визначити середнє

значення електрорушійної сили, що виникає в соленоїді, і індукційний заряд, що пройшов по соленоїду.

560. Рамка, що має 1500 витків площею  $50 \text{ см}^2$ , рівномірно обертається з частотою  $960 \text{ об/хв}$  в магнітному полі напруженістю  $100 \text{ кА/м}$ . Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна лініям напруженості магнітного поля. Визначити максимальну е.р.с. індукції, що виникає в рамці.
561. Дротяний виток радіусом  $4 \text{ см}$  і опором  $0,01 \text{ Ом}$  знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією  $0,2 \text{ Тл}$ . Площина витка складає кут  $30^\circ$  з лініями індукції. Який заряд протече по витку при вимиканні магнітного поля?
562. Рамка з дроту опором  $0,01 \text{ Ом}$  рівномірно обертається в однорідному магнітному полі з індукцією  $0,05 \text{ Тл}$ . Вісь обертання лежить в площині рамки і перпендикулярна лініям індукції. Площа рамки  $100 \text{ см}^2$ . Визначити заряд, який протече через рамку при зміні кута між нормаллю до рамки і лініями індукції: 1) від  $0^\circ$  до  $30^\circ$ , 2) від  $30^\circ$  до  $60^\circ$ , 3) від  $60^\circ$  до  $90^\circ$ .
563. Рамка площею  $200 \text{ см}^2$  рівномірно обертається з частотою  $10 \text{ с}^{-1}$  відносно осі, яка лежить в площині рамки і перпендикулярна до ліній індукції однорідного магнітного поля з індукцією  $0,2 \text{ Тл}$ . Визначити середнє значення е.р.с. індукції за час, протягом якого магнітний потік, що пронизує рамку, зміниться від нуля до максимального значення.
564. Тонкий мідний провідник масою  $1 \text{ г}$  зігнутий у вигляді квадрата, причому кінці його замкнені. Квадрат вміщено в однорідне магнітне поле з індукцією  $0,1 \text{ Тл}$  так, що його площина перпендикулярна лініям поля. Визначити заряд, який протече по провідникові, якщо квадрат, потягнувши за протилежні вершини, витягнути в лінію.
565. На соленоїд завдовжки  $0,2 \text{ м}$  і площею поперечного перетину  $30 \text{ см}^2$  надітий дротяний виток. Соленоїд має 320 витків, і по ньому тече струм  $3 \text{ А}$ . Яка середня е.р.с. індукується в надітому на соленоїд витку, коли струм в ньому вимикається протягом  $1 \text{ мс}$ ?
566. В однорідному магнітному полі, індукція якого дорівнює  $0,1 \text{ Тл}$ , обертається котушка, що складається з 200 витків. Вісь обертання котушки перпендикулярна до її осі і напрямку магнітного поля. Період обертання котушки дорівнює  $0,2 \text{ с}$ , площа поперечного перетину котушки дорівнює  $4 \text{ см}^2$ . Знайти максимальну е.р.с. індукції в котушці, що обертається.

567. В однорідному магнітному полі, індукція якого становить  $0,8 \text{ Тл}$ , рівномірно обертається рамка з кутовою швидкістю рівною  $15 \text{ рад/с}$ . Площа рамки дорівнює  $150 \text{ см}^2$ . Вісь обертання знаходиться в площині рамки і складає кут  $30^\circ$  з напрямком силових ліній магнітного поля. Знайти максимальну е.р.с. індукції в рамці, що обертається.
568. Металевий стрижень обертається навколо осі, що проходить на відстані  $1/3$  його довжини з частотою оборотів  $2 \text{ с}^{-1}$ . Довжина стрижня рівна  $0,6 \text{ м}$ . Визначити різницю потенціалів між кінцями стрижня, якщо магнітне поле перпендикулярне площині обертання стрижня, а його напруженість становить  $40 \text{ А/м}$ .
569. В котушці без залізного осердя, що має  $1000$  витків, діаметр перетину  $0,1 \text{ м}$  і довжину  $0,5 \text{ м}$ , величина струму рівномірно збільшується на  $0,1 \text{ А}$  за  $1 \text{ с}$  (за допомогою реостата). На котушку надіто кільце з мідного дроту площею перетину  $2 \text{ мм}^2$ . Вважаючи, що магнітні потоки, що пронизують котушку і кільце, у будь-який момент рівні між собою, знайти струм в кільці.
570. Силу струму в котушці рівномірно збільшують за допомогою реостата на  $0,5 \text{ А}$  за  $1 \text{ с}$ . Знайти середнє значення е.р.с. самоіндукції, якщо індуктивність котушки  $2 \text{ мГн}$ .
571. По котушці індуктивністю  $5 \text{ мкГн}$  тече струм силою  $3 \text{ А}$ . При вмиканні струму він змінюється практично до нуля за час  $8 \text{ мс}$ . Визначити середнє значення  $E.P.C.$  самоіндукції, що виникає в контурі.
572. Е.р.с. самоіндукції, яка виникає в ланцюзі з індуктивністю  $2 \text{ Гн}$ , змінюється з часом згідно із законом  $\mathcal{E}_i = (10 + 4t) \text{ В}$ . За яким законом змінюється сила струму в ланцюзі?
573. У одношаровій котушці з індуктивністю  $50 \text{ мГн}$  сила струму дорівнює  $5 \text{ А}$ . Яка кількість електрики індукується в котушці, якщо її довжина  $1 \text{ м}$ , а діаметр мідного дроту обмотки  $0,6 \text{ мм}$ ?
574. Котушка має  $1000$  витків, довжину котушки  $0,4 \text{ м}$ , перетин  $10 \text{ см}^2$ . З якою швидкістю потрібно міняти силу струму в котушці, щоб в ній виникла е.р.с. самоіндукції  $1 \text{ В}$ ?
575. Котушка, що намотана на немагнітний циліндричний каркас, має  $750$  витків і індуктивність  $25 \text{ мГн}$ . Щоб збільшити індуктивність котушки  $36 \text{ мГн}$ , обмотку котушки зняли і замінили обмоткою з тоншого дроту з таким

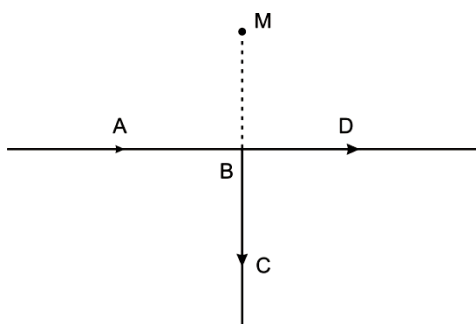


розрахунком, щоб довжина котушки залишилася незмінною. Скільки витків стало в котушці після перемотування?

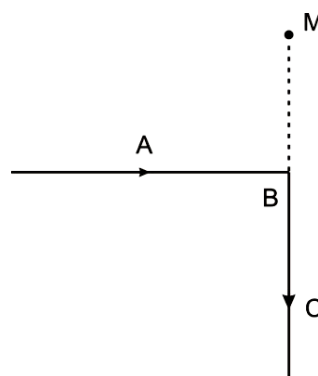
576. Соленоїд містить 800 витків. При силі струму  $6\text{ А}$  магнітний потік дорівнює  $30\text{ мкВб}$ . Визначити індуктивність соленоїда.
577. Скільки витків дроту діаметром  $2,5\text{ мм}$  треба навити на картонний циліндр завдовжки  $0,6\text{ м}$ , діаметром  $5\text{ см}$ , щоб отримати котушку, індуктивність якої дорівнює  $6\text{ мГн}$ ? Скільки шарів матиме обмотка цієї котушки?
578. На круглому дерев'яному циліндрі є обмотка з мідного дроту, маса якого рівна  $50\text{ г}$ . Відстань між крайніми витками, становить  $0,6\text{ м}$ , багато більше діаметру циліндра. Опір обмотки дорівнює  $30\text{ Ом}$ . Яка її індуктивність?
579. Обмотка електромагніта з немагнітним осердям має опір  $10\text{ Ом}$  і індуктивність  $1,2\text{ Гн}$  і знаходиться під постійною напругою. У впродовж якого проміжку часу в обмотці виділиться така кількість теплоти, що буде дорівнювати енергії магнітного поля в осерді?
580. Соленоїд має 800 витків. При силі струму  $1\text{ А}$  магнітний потік становить  $1\text{ мВб}$ . Визначити енергію магнітного поля соленоїда. Осердя виконано з немагнітного матеріалу і магнітне поле у всьому об'ємі однорідне.
581. Яка енергія магнітного поля в котушці завдовжки  $0,5\text{ м}$ , що має 10000 витків і діаметр  $0,25\text{ м}$ , без магнітного осердя, якщо по ній тече струм  $2\text{ МА}$ ?
582. Соленоїд має довжину  $1\text{ м}$  і площу перетину  $20\text{ см}^2$ . При деякій силі струму, що протікає по обмотці, в соленоїді створюється магнітний потік  $80\text{ мкВб}$ . Чому дорівнює енергія магнітного поля соленоїда? Осердя виконано з немагнітного матеріалу, і магнітне поле у всьому об'ємі однорідно.
583. Обмотка соленоїда містить 10 витків на кожен сантиметр довжини. При якій силі струму об'ємна щільність енергії магнітного поля буде рівна  $1\text{ Дж/м}^3$ ? Осердя виконано з немагнітного матеріалу, і магнітне поле у всьому об'ємі однорідне.
584. Соленоїд завдовжки  $0,5\text{ м}$  і площею поперечного перетину  $2\text{ см}^2$  має індуктивність  $0,2\text{ мкГн}$ . При якій силі струму об'ємна щільність енергії магнітного поля всередині соленоїда буде дорівнювати  $1\text{ мДж/м}^3$ ?
585. Ланцюг складається з котушки індуктивністю  $1\text{ Гн}$ , і джерела струму. Джерело струму можна відключити, не розриваючи ланцюг. Час, після закінчення якого сила струму зменшиться до  $0,001$  первинного значення, становить  $0,69\text{ с}$ . Визначити опір котушки.

586. В електричному ланцюзі, що має опір  $10\ \text{Ом}$  і індуктивність  $0,05\ \text{Гн}$ , тече струм силою  $60\ \text{А}$ . Визначити силу струму в ланцюзі через  $0,06\ \text{мс}$  після її розмикання.
587. По замкненому ланцюгу з опором  $23\ \text{Ом}$  тече струм. Через  $10\ \text{мс}$  після розмикання ланцюга сила струму в ній зменшилася в  $10$  разів. Визначити індуктивність ланцюга.
588. Джерело струму замкнули на котушку з опором  $20\ \text{Ом}$  і індуктивністю  $0,4\ \text{Гн}$ . Через який проміжок часу сила струму в ланцюзі досягне  $95\%$  максимального значення?
589. Котушка з індуктивністю  $250\ \text{мГн}$  і опором  $0,3\ \text{Ом}$  приєднується до джерела постійної напруги. Через який проміжок часу сила струму в котушці досягне: 1)  $50\%$  сталого значення, 2)  $75\%$  сталого значення?
590. На котушку, опір і індуктивність якої дорівнюють  $10\ \text{Ом}$  і  $58\ \text{мГн}$ , подається постійна напруга. Через скільки часу струм в котушці досягає величини, що становить половину сталого значення сили струму?

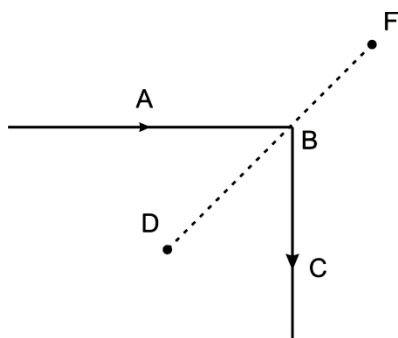
### Рисунки до контрольної роботи № 5



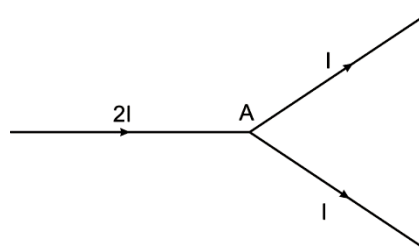
До задачі № 503



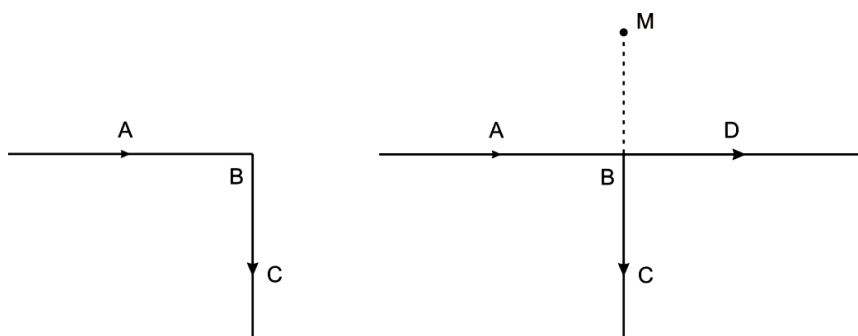
До задачі № 504



До задачі № 509



До задачі № 510



До задачі №511

## 2. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

В техніці і в оточуючому нас світі часто доводиться стикатися з **періодичними** (або **майже періодичними**) процесами, які повторюються через однакові проміжки часу. Такі процеси називаються **коливальними**. Коливальні явища різної фізичної природи підкоряються загальним закономірностям. Наприклад, коливання струму в електричному ланцюзі і коливання математичного маятника можуть описуватися однаковими рівняннями. Спільність коливальних закономірностей дозволяє розглядати коливальні процеси різної природи з єдиної точки зору.

**Механічними коливаннями** називаються періодичні (або майже періодичні) зміни фізичної величини, що описує механічний рух (швидкість, переміщення, кінетична і потенційна енергія і т. ін.).

Якщо в якій-небудь точці середовища, в якому близько розташовані атоми або молекули відчувають силову дію, збуджується процес механічних коливань, то цей процес буде з кінцевою швидкістю, залежною від властивостей середовища, розповсюджуватися від точки до точки. Так виникають **механічні хвилі**. Прикладами такого процесу є звукові хвилі в повітрі.

Як і коливання, хвильові процеси різної фізичної природи (звук, електромагнітні хвилі, хвилі на поверхні рідини і т. ін.) мають багато загального. Розповсюдження хвиль різної фізичної природи можна описувати за допомогою однакових математичних рівнянь. У цьому виявляється єдність матеріального світу.

## 2.1. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

### 2.1.1. Гармонічні коливання

**Механічними коливаннями** називають рухи тіл, що повторюються точно (або приблизно) через однакові проміжки часу. Закон руху тіла, що здійснює коливання, задається за допомогою деякої періодичної функції часу  $x = f(t)$ . Графічне зображення цієї функції дає наочне уявлення про протікання коливального процесу в часі. Прикладами простих коливальних систем можуть служити вантаж на пружині або математичний маятник (рис. 2.1).

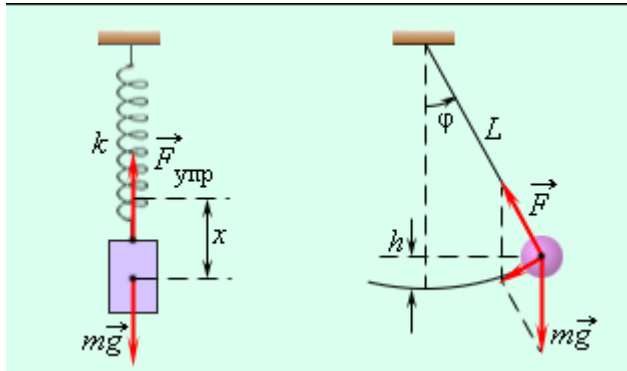


Рис. 2.1

Механічні коливання, як і коливальні процеси будь-якої іншої фізичної природи, можуть бути **вільними** і **вимушеними**. **Вільні коливання** здійснюються під дією **внутрішніх сил** системи, після того, як система була виведена із стану рівноваги. Коливання вантажу на пружині або коливання маятника є вільними коливаннями. Коливання, що відбуваються під дією **зовнішніх сил**, що періодично змінюються, називаються **вимушеними**. Найбільш простим видом коливального процесу є **гармонічні коливання**, які описуються рівнянням:

$$x = x_m \cos(\omega \cdot t + \varphi_0).$$

Тут  $x$  – відхилення тіла від положення рівноваги,  $x_m$  – амплітуда коливань, тобто максимальне відхилення від положення рівноваги,  $\omega$  – **циклічна або кругова частота** коливань,  $t$  – час. Величина, що стоїть під знаком косинуса,  $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$  називається **фазою** гармонійного процесу. При  $t = 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_0$ , тому  $\varphi_0$  називають **початковою фазою**. Мінімальний інтервал часу, через який відбувається повторення руху тіла, називається **періодом коливань**  $T$ . Фізична величина, обернена періоду коливань, називається **частотою коливань**:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Частота коливань  $f$  показує, скільки коливань здійснюється за 1 с. Одиниця частоти – **герц** (Гц). Частота коливань  $f$  пов'язана з циклічною частотою  $\omega$  і періодом коливань  $T$  співвідношеннями:

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}.$$

### 2.1.2. Вільні коливання. Пружинний маятник .Математичний маятник. Фізичний маятник

**Вільні коливання** здійснюються під дією внутрішніх сил системи після того, як система була виведена з положення рівноваги.

Для того, щоб вільні коливання здійснювалися за гармонічним законом, необхідно, щоб сила, що намагається повернути тіло в положення рівноваги, була пропорційна відхиленню тіла від положення рівноваги і спрямована у бік, протилежний відхиленню:

$$F(t) = ma(t) = m\ddot{x}(t) = m\omega^2 x(t).$$

В цьому співвідношенні  $\omega$  – циклічна частота гармонічних коливань. Така властивість характерна для пружної сили в межах, коли можна застосовувати *закон Гука*:

$$F_{пр.} = -kx.$$

Сили будь-якої іншої фізичної природи, що задовольняють цій умові, називаються **квазіпружними**.

Таким чином, вантаж деякої маси  $m$ , прикріплений до пружини з жорсткістю  $k$ , другий кінець якої закріплений нерухомо (рис. 2.2), складають систему, здатну у відсутності тертя здійснювати вільні гармонічні коливання. Вантаж на пружині називають **лінійним гармонічним осцилятором**.

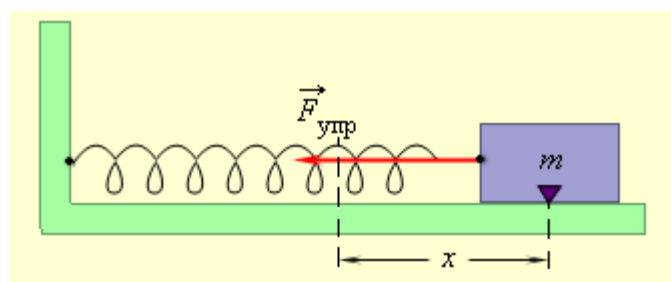


Рис. 2.2

Циклічна частота  $\omega_0$  вільних коливань вантажу на пружині визначається за другим законом Ньютона:

$$ma = -kx = m\omega_0^2 x,$$

звідки:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Частота  $\omega_0$  називається **власною частотою** коливальної системи.

Період  $T$  гармонійних коливань вантажу на пружині дорівнює:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

При горизонтальному розташуванні системи пружина–вантаж сила тяжіння, прикладена до вантажу, компенсується силою реакції опори. Якщо ж вантаж підвішено на пружині, то сила тяжіння спрямована по лінії руху вантажу. У положенні рівноваги пружина розтягнута на величину  $x_0$ :

$$x_0 = \frac{mg}{k},$$

і коливання здійснюються біля цього нового положення рівноваги.

**Математичним маятником** називають матеріальну точку, яка підвішена на невагомій нерозтяжній нитці, і знаходиться в полі сили тяжіння. У положенні рівноваги, коли маятник висить вертикально, сила тяжіння  $m\vec{g}$  врівноважується силою натягу нитки  $F_{np}$ . При відхиленні маятника від положення рівноваги на деякий кут  $\varphi$  з'являється дотична складова сили тяжіння  $F_\tau = -mg \sin \varphi$  (рис. 2.3). Знак “мінус” в цій формулі означає, що дотична складова спрямована у бік, протилежний відхиленню маятника..

$x = L\varphi$  – відхилення маятника по дузі

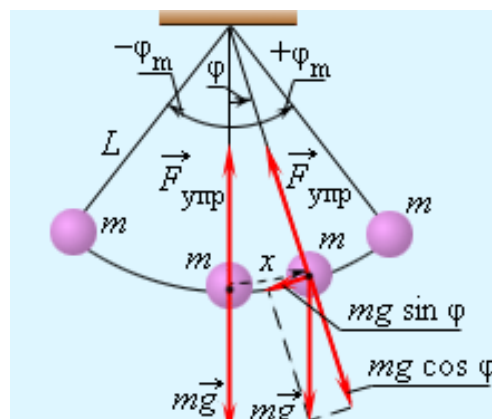


Рис. 2.3

Період коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Будь-яке тіло, насаджене на горизонтальну вісь обертання і здатне здійснювати в полі тяжіння вільні коливання, називається **фізичним** маятником (рис. 2.4). Він відрізняється від математичного розподілом мас. У положенні стійкої рівноваги центр мас  $C$  фізичного маятника знаходиться нижче за вісь обертання  $O$  на вертикалі, що проходить через вісь. При відхиленні маятника на кут  $\varphi$  виникає момент сили тяжіння, який намагається повернути маятник в положення рівноваги:

$$M = -(mg \sin \varphi) d.$$

Тут  $d$  – відстань між віссю обертання і центром мас  $C$ .

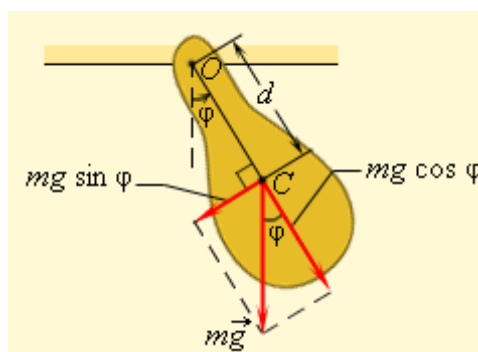


Рис. 2.4

Знак “мінус” в цій формулі, як завжди, означає, що момент сил намагається повернути маятник в напрямку, протилежному його відхиленню з положення рівноваги. Як і у разі математичного маятника момент  $M$ , що повертає маятник до положення рівноваги, пропорційний  $\sin \varphi$ . Це означає, що тільки при малих кутах  $\varphi$ , коли  $\sin \varphi \approx \varphi$ , фізичний маятник здатний здійснювати вільні гармонічні коливання. В разі малих коливань:

$$M = -mgd\varphi$$

і другий закон Ньютона для фізичного маятника приймає вигляд:

$$I\beta = M = -mgd\varphi,$$

де  $\beta$  – кутове прискорення маятника,  $I$  – момент інерції маятника відносно осі обертання  $O$ . Коефіцієнт пропорційності між прискоренням і відхиленням (кутом відхилення  $\varphi$ ) дорівнює квадрату циклічної частоти:

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I}.$$

Звідки:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

Тут  $\omega_0$  – власна частота малих коливань фізичного маятника.

Отже:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}.$$

### 2.1.3. Перетворення енергії при вільних коливаннях

При вільних механічних коливаннях кінетична і потенціальна енергії змінюються періодично. При максимальному відхиленні тіла від положення рівноваги його швидкість, а отже, і кінетична енергія перетворюються в нуль. У цьому положенні потенціальна енергія тіла, що коливається, досягає максимального значення. Для вантажу на горизонтально розташованій пружині потенціальна енергія – це енергія пружних деформацій пружини. Для математичного маятника – це енергія в полі тяжіння Землі.

Коли тіло при своєму русі проходить через положення рівноваги, його швидкість максимальна. У цей момент воно має максимальну кінетичну і мінімальну потенціальну енергію. Збільшення кінетичної енергії відбувається за рахунок зменшення потенціальної енергії. При подальшому русі починає збільшуватися потенціальна енергія за рахунок спаду кінетичної енергії і т.д.

Таким чином, при гармонічних коливаннях відбувається періодичне перетворення кінетичної енергії на потенціальну і навпаки (рис. 2.5).

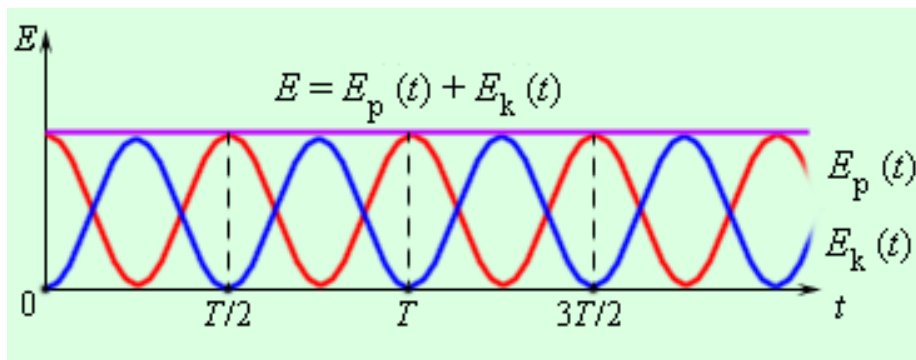


Рис. 2.5



Якщо в коливальній системі відсутнє тертя, то повна механічна енергія при вільних коливаннях залишається незмінною. Для вантажу на пружині:

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}, \text{ де } k = \omega_0^2 m$$

#### 2.1.4. Затухаючі коливання

В реальних умовах будь-яка коливальна система знаходиться під впливом сил тертя (опору). При цьому частина механічної енергії перетворюється на внутрішню енергію теплового руху атомів і молекул, і коливання стають затухаючими (згасаючими) (рис. 2.6).

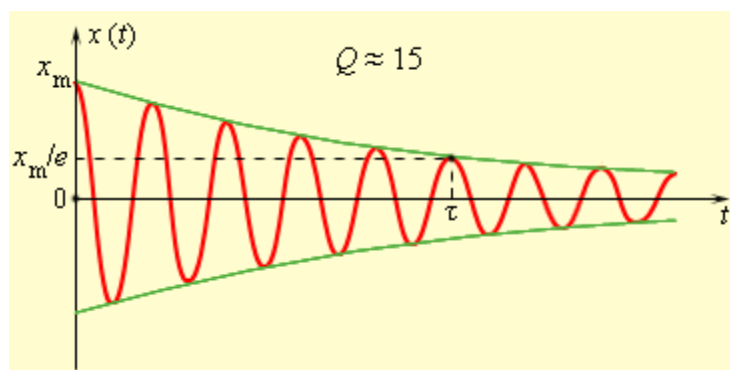


Рис. 2.6

Диференціальне рівняння згасаючих коливань можна вивести з другого закону Ньютона, якщо до квазіпружної сили додати силу опору, яка найчастіше пропорційна величині швидкості руху:

$$F_{\text{оп.}} = -rv = r\dot{x}, \text{ (} r \text{ - коефіцієнт опору).}$$

$$-kx - r\dot{x} = m\ddot{x}.$$

Це рівняння можна привести до канонічного вигляду:

$$\ddot{x} + \beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

де  $\beta = \frac{r}{2m}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .  $\beta$  називають коефіцієнтом згасання.

Розв'язанням диференціального рівняння є наступна залежність координати від часу:

$$x = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0),$$

де  $x_m = Ae^{-\beta t}$  - амплітуда згасаючих коливань, що зменшується за часом,  
 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  - циклічна частота згасаючих коливань,  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  - період коливань.

Відношення величин амплітуд в моменти часу, що відрізняються на період, називається декрементом згасання:

$$D = \frac{x_m(t)}{x_m(t+T)} = e^{\beta T},$$

а його натуральний логарифм – логарифмічним декрементом згасання:  $\lambda = \beta T$ .

Швидкість згасання коливань залежить від величини сил тертя.

Інтервал часу  $\tau$ , на протязі якого амплітуда коливань зменшується в  $e = 2,718$  разів, називається **часом згасання**.

Частота вільних коливань залежить від швидкості їх загасання. При зростанні сил тертя власна частота зменшується. Проте, зміна власної частоти стає помітною лише при достатньо великих силах тертя, коли власні коливання затухають швидко.

### 2.1.5. Вимушені коливання. Резонанс

Коливання, що здійснюються під впливом зовнішньої періодичної сили, називаються вимушеними.

Періодична зовнішня сила може змінюватися в часі за різними законами. Особливий інтерес викликає випадок, коли зовнішня сила, що змінюється за гармонійним законом з частотою  $\omega$ , впливає на коливальну систему, здатну здійснювати власні коливання на деякій частоті  $\omega_0$ .

Розглянемо, для прикладу, вимушені коливання тіла на пружині (рис. 2.7).  $l$  – довжина недеформованої пружини,  $k$  – жорсткість пружини. Зовнішня сила  $F_{\text{зов.}}$  прикладена до вільного кінця пружини. Вона примушує вільний (лівий на рис. 2.7) кінець пружини переміщуватися згідно з законом:

$$y = y_m \cos \omega t,$$

де  $y_m$  – амплітуда коливань,  $\omega$  – циклічна частота.

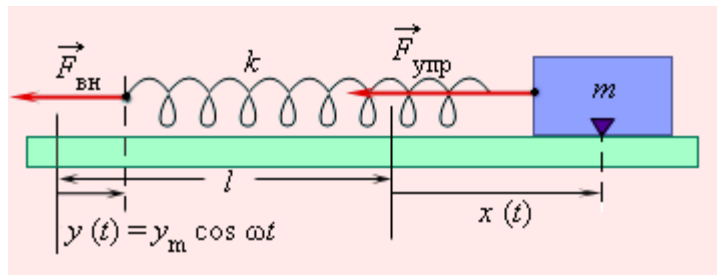


Рис. 2.7

Якщо лівий кінець пружини зміщений на відстань  $y$ , а правий – на відстань  $x$  від їх первинного положення, коли пружина була недеформована, то подовження пружини дорівнює:

$$\Delta l = x - y = x - y_m \cos \omega t$$

Другий закон Ньютона для тіла масою  $m$  приймає вигляд :

$$ma = -k(x - y) = -kx - ky_m \cos \omega t .$$

В цьому рівнянні сила, що діє на тіло, представлена у вигляді двох доданків. Перший доданок в правій частині – це пружна сила, що намагається повернути тіло в положення рівноваги ( $x = 0$ ). Другий доданок – зовнішня періодична сила, що діє на тіло. Цей доданок називають **змушуючою силою**.

Тоді **рівняння вимушених коливань** запишеться у вигляді:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = A \cos \omega t .$$

Якщо частота  $\omega$  зовнішньої сили наближається до власної частоти  $\omega_0$ , то виникає різке зростання амплітуди вимушених коливань. Це явище називається **резонансом**. Залежність амплітуди  $x_m$  вимушених коливань від частоти  $\omega$  змушуючої сили називається **резонансною характеристикою** або **резонансною кривою** (рис. 2.8). На цьому рисунку резонансні криві при різних рівнях загасання: 1 – коливальна система без тертя (при резонансі амплітуда  $x_m$  вимушених коливань необмежено зростає); 2,3,4 - коливальні системи з тертям (при резонансі амплітуди  $x_m$  вимушених коливань зменшуються зі зростанням сили тертя).

Явище резонансу може з'явитися причиною руйнування мостів, будівель і інших споруд, якщо власні частоти їх коливань співпадуть з частотою сили, що періодично діє, виникла, наприклад, із-за обертання незбалансованого мотора.

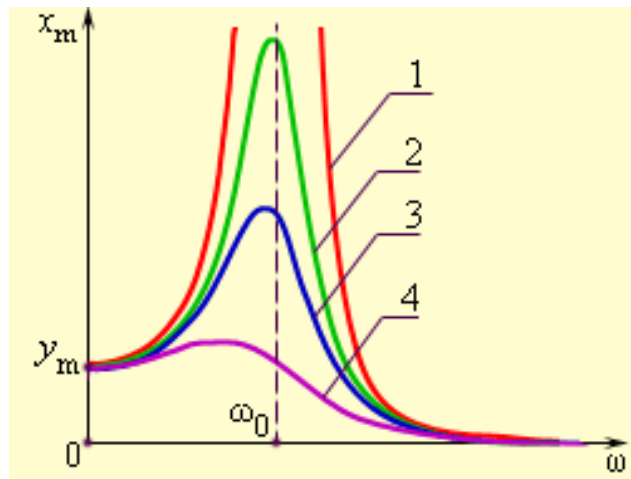


Рис. 2.8

## 2.2. Електромагнітні коливання

Серед різних електричних явищ особливе місце займають електромагнітні коливання, при яких електричні величини (заряди, струми, електричні і магнітні поля) змінюються періодично. Для збудження і підтримування електромагнітних коливань потрібні певні системи, найпростішою з яких є коливальний контур – коло, що складається з ввімкнених послідовно котушки індуктивності  $L$ , конденсатора ємності  $C$  і резистора з опором  $R$ .

Розглянемо послідовні стадії коливального процесу в ідеалізованому контурі, опір якого малий ( $R=0$ ). Для збудження коливань в контурі конденсатор попередньо заряджають, надаючи його обкладинкам заряди  $\pm q_m$  (рис. 2.9).

Тоді в початковий момент  $t=0$  між обкладинками конденсатора виникає електричне поле, енергія якого дорівнює

$$W_{em} = \frac{1}{2C} q_m^2.$$

При замиканні конденсатора на котушку він починає розряджатися і в контурі потече струм  $I$ , який з часом зростає. Цей струм створить в котушці магнітне поле, що також зростає і в свою чергу викличе появу в котушці е.р.с. самоіндукції, яка буде спрямована в напрямку протилежному струму розрядки. Оскільки швидкість зміни струму розрядки конденсатора зменшується, то

зменшується е.р.с. самоіндукції і струм розрядки наростає. В результаті енергія електричного поля буде зменшуватись, а магнітного поля котушки – зростати. При виконанні умови  $R = 0$  згідно із законом збереження енергії повна енергія:

$$W = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L \left( \frac{dq}{dt} \right)^2 = \text{const}.$$

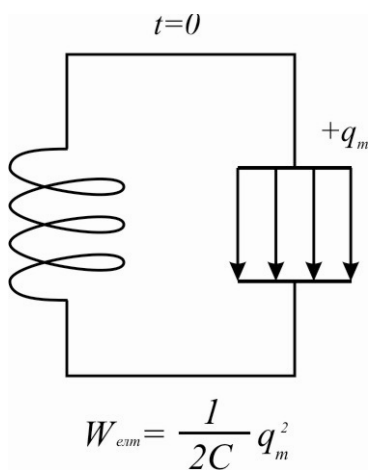


Рис. 2.9

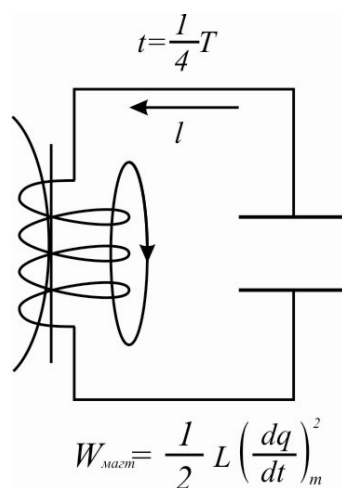


Рис. 2.10

Тому в момент часу  $t = \frac{1}{4}T$ , коли конденсатор розрядиться (рис.2.10), енергія електричного поля буде дорівнювати нулю, а енергія магнітного поля і сила струму досягнуть максимального значення. З цього моменту струм в контурі починає зменшуватись і почне зменшуватись магнітне поле котушки, і в ній індукується струм, який тече в тому самому напрямку, що і струм розрядки конденсатора.

Конденсатор почне перезаряджатися, виникає електричне поле, яке намагається зменшити струм, який в кінці кінців буде дорівнювати нулю, а заряд на обкладинках конденсатора при цьому досягне максимуму. Далі ті самі процеси почнуть протікати в зворотному напрямку і система прийде до початкового стану. Після цього почнеться повторення розглянутого циклу розрядження і зарядження конденсатора (рис.2.11). Якщо би втрати енергії не було, то в контурі відбувались би періодичні незгасаючі коливання.

Таким чином, в контурі виникають коливання, які супроводжуються перетворенням енергії електричного і магнітного полів. Такі коливання називаються електромагнітними.

Згідно з другим правилом Кірхгофа для довільного контура, що містить елементи  $L, C, R$ , можна записати:

$$IR + U_C = E_s,$$

де  $IR$  - падіння напруги на резисторі,  $U_C = \frac{q}{C}$  - напруга на конденсаторі,

$E_s = -L \frac{dI}{dt}$  - е.р.с. самоіндукції.

Отже:

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0$$

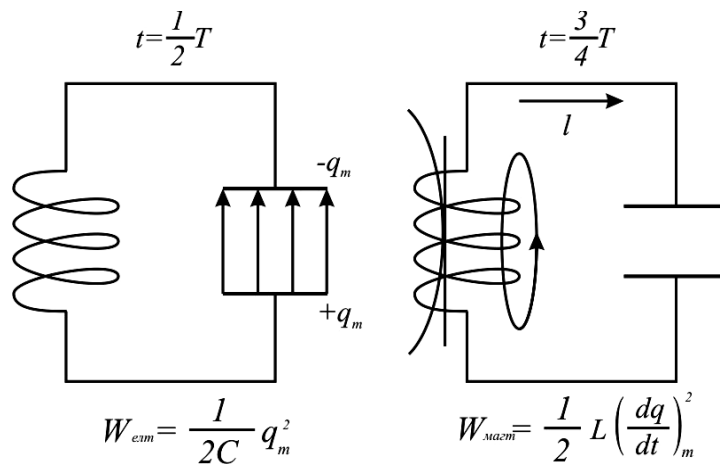


Рис. 2.11

Оскільки  $I = \frac{dq}{dt}$  і  $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ , то

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0.$$

Якщо зовнішні е.р.с. відсутні, то коливання будуть вільними. Якщо  $R = 0$ , в контурі будуть відбуватися гармонічні коливання. Диференціальне рівняння гармонічних коливань заряду  $q$  в контурі є:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \text{ або } \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

Розв'язанням цього рівняння є наступний вираз:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де  $q_m$  - амплітуда коливань заряду конденсатора з циклічною частотою, яка називається власною частотою контуру:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Період власних коливань, які виникають в контурі:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Це співвідношення називають формулою Томсона.

Сила струму в коливальному контурі змінюється за законом:

$$I = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

де  $I_m = \omega_0 q_m$  - амплітуда сили струму.

Впродовж першої половини періоду струм іде в одному напрямку, протягом другої половини – в протилежному. Напруга на конденсаторі дорівнює:

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де  $U_m = \frac{q_m}{C}$  - амплітуда напруги.

Коливання струму  $i$  випереджують по фазі коливання заряду  $q$  на  $\frac{\pi}{2}$ , тобто коли струм досягає максимального значення, заряд і напруга дорівнюють нулю і навпаки. Оскільки  $U_m = \frac{q_m}{C}$  і  $I_m = \omega_0 q_m = \frac{q_m}{\sqrt{LC}}$ , то  $U_m = I_m \sqrt{\frac{L}{C}}$ .

Величину  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  називають хвильовим опором контура.

## 2.3. ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ

### Основні властивості електромагнітних хвиль

Згідно з теорією Максвелла змінні електричне і магнітне поля тісно взаємозв'язані, вони утворюють єдине електромагнітне поле.

Джерелами електромагнітного поля є різні змінні струми: змінний струм у провідниках, коливальний рух іонів, електронів і інших заряджених частинок.

Змінне електричне поле, яке виникає під час руху зарядів, породжує змінне магнітне поле, а змінне магнітне поле створює в свою чергу змінне електричне поле. Ці вторинні змінні поля мають вихровий характер. Отже, у просторі, який оточує заряди, виникає послідовність взаємних перетворень електричних і магнітних полів, що поширюються від точки до точки. Цей процес буде періодичним у часі і просторі і, отже, являє собою хвилю.

Електромагнітними хвилями називаються збурення електромагнітного поля, що поширюються у просторі.

Джерелом електромагнітних хвиль може бути і коливальний контур. Щоб випромінювання відіграло помітну роль, необхідно здійснити перехід від закритого коливального контуру, в якому електричне поле зосереджене між обкладинками конденсатора, а магнітне – всередині котушки індуктивності, до відкритого коливального контуру (вібратор Герца), що має вигляд двох стрижнів, розділених іскровими проміжками. У відкритому контурі змінне електричне поле заповнює простір, який оточує контур, що істотно підвищує інтенсивність електромагнітного випромінювання.

З рівнянь Максвелла можна отримати рівняння плоскої електромагнітної хвилі:

$$E_z = E_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - kx)$$

де  $\omega$  - циклічна частота хвилі,  $k = \frac{\omega}{v}$  - хвильове число.

Фазова швидкість електромагнітних хвиль визначається виразом:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu\epsilon}},$$

де  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$  - електродинамічна стала, яка є швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі. ( Для вакууму  $\mu = \epsilon = 1$  і  $c = V$  ).

Оскільки  $\epsilon\mu > 1$ , швидкість поширення електромагнітних хвиль у речовині завжди менша, ніж у вакуумі.

Величина  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  збігається з швидкістю поширення світла у вакуумі.

Це привело Максвелла до думки про електромагнітну природу світла.

З рівнянь Максвелла випливає висновок про те, що вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  в електромагнітній хвилі завжди взаємно перпендикулярні. Крім того, вони лежать у площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі, тобто до вектора швидкості хвилі. Отже, електромагнітні хвилі є поперечними. Косинусоїдальна електромагнітна хвиля називається монохроматичною хвилею. В кожній точці електромагнітного поля монохроматичної хвилі проекції векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  на осі координат інерціальної системи відліку



здійснюють гармонічні коливання однакової частоти  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ , яка називається частотою хвилі. Довжина хвилі  $\lambda$ , період  $T$ , частота  $\nu$  і швидкість поширення електромагнітної хвилі  $v$  зв'язані між собою співвідношенням:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}.$$

Електромагнітне поле має енергію, тому поширення електромагнітних хвиль пов'язане з перенесенням енергії в полі. Подібно до того, як поширення пружних хвиль у речовині пов'язане з перенесенням механічної енергії. Об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі складається з об'ємних густин і електричного і магнітного полів:

$$w = w_{el.} + w_m = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

### 3. ХВИЛЬОВА ОПТИКА

#### 3.1. РОЗВИТОК УЯВЛЕНЬ ПРО ПРИРОДУ СВІТЛА

В кінці XVII століття виникли дві теорії світла: **корпускулярна** (*І. Ньютон*) і **хвильова** (*Р. Гук і Х. Гюйгенс*).

Згідно корпускулярної теорії, світлом є потік частинок (корпускул), що випромінюються тілами, що світяться. Ньютон вважав, що рух світлових корпускул підкоряється законам механіки. Так, відбиття світла розумілося аналогічно відбиттю пружної кульки від площини. Заломлення світла пояснювалося зміною швидкості корпускул при переході з одного середовища в інше. Для випадку заломлення світла на межі двох прозорих середовищ корпускулярна теорія приводила до наступного вигляду закону заломлення:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}.$$

$\varphi$  - кут падіння,  $\psi$  - кут заломлення,  $v_1$  і  $v_2$  - швидкості світла у середовищах 1 і 2,  $n_{12}$  називається відносним показником заломлення двох середовищ.

Для випадку заломлення світла на межі вакуум–середовище корпускулярна теорія приводила до наступного вигляду закону заломлення:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v}{c} = n.$$

$v$  і  $c$  – швидкості світла у середовищі і вакуумі,  $n$  називається абсолютним показником заломлення.

Хвильова теорія, на відміну від корпускулярної, розглядала світло як хвильовий процес, подібний до механічних хвиль. У основу хвильової теорії був покладений **принцип Гюйгенса**, згідно якому кожна точка, до якої доходить хвиля, стає центром вторинних хвиль, а поверхня, що огинає ці вторинні хвилі дає положення **хвильового фронту** в наступний момент часу (рис. 3.1). Під хвильовим фронтом Гюйгенс розумів геометричне місце точок, до яких одночасно доходить хвильове збурення. За допомогою принципу Гюйгенса були пояснені закони відбиття і заломлення світла. Рис. 3.1 дає уявлення про побудови Гюйгенса для визначення напрямку розповсюдження хвилі, що заломлюється на межі двох прозорих середовищ.

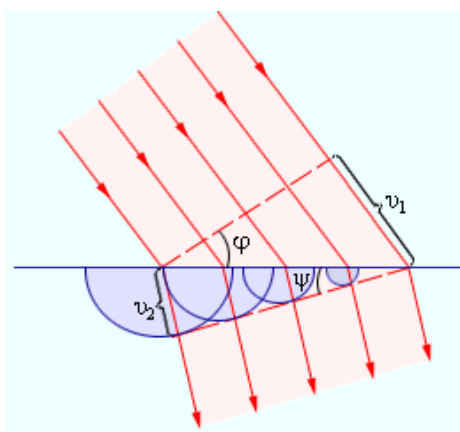


Рис. 3.1

Хвильова теорія приводить до того ж закону заломлення, що і корпускулярна теорія.

У 60-і роки XIX століття Максвеллом були встановлені загальні закони електро-магнітного поля, які привели його до висновку, що світло – це електромагнітні хвилі. Електромагнітна природа світла отримала визнання після *дослідів Г. Герца* по дослідженню електромагнітних хвиль (1887–1888 рр.). На початку XX століття після дослідів П.М. Лебедева по вимірюванню світлового тиску (1901 р.) електромагнітна теорія світла перетворилася на твердо встановлений факт.

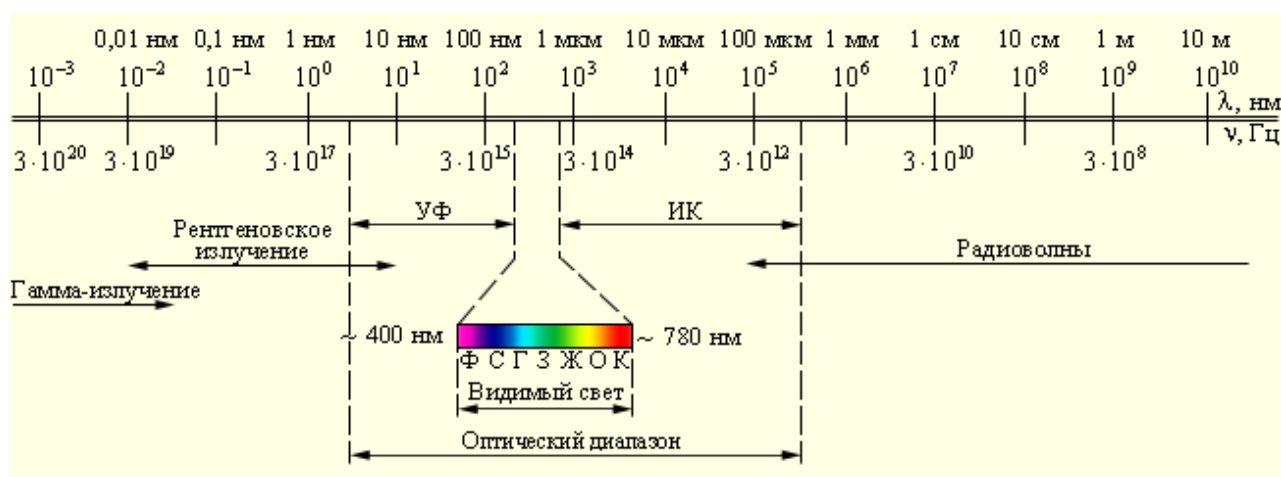


Рис. 3.2

Світло відіграє надзвичайно важливу роль в нашому житті. Переважну кількість інформації про навколишній світ чоловік отримує за допомогою світла. Проте, в оптиці як розділі фізики, під світлом розуміють не тільки видиме світло, але і широкі діапазони спектру електромагнітного випромінювання, що примикають до нього, – інфрачервоний (ІЧ) і ультрафіолетовий (УФ). За своєю фізичною властивістю світло принципово не відрізняється від електромагнітного випромінювання інших діапазонів – різні ділянки спектру відрізняються одна від одної тільки довжиною хвилі  $\lambda$  і частотою  $\nu$ . Рис. 3.2 дає уявлення про шкалу електромагнітних хвиль. Межі між різними діапазонами умовні.

Для вимірювання довжин хвиль в оптичному діапазоні використовуються одиниці довжини: 1 **нанометр** (нм) , 1 **мікрометр** (мкм) і 1 **ангстрем** (Å):

$$1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м} = 10^{-7} \text{ см} = 10^{-3} \text{ мкм} = 10 \text{ Å}$$

Видиме світло займає діапазон приблизно від 400 нм до 780 нм або від 0,40 мкм до 0,78 мкм або від 4000 Å до 7800 Å.

Електромагнітна теорія світла дозволила пояснити багато оптичних явищ, таких як інтерференція, дифракція, поляризація і т. ін.

Для пояснення таких явищ, як випромінювання чорного тіла, фотоефект, ефект Комптона і ін. було потрібно введення **квантових уявлень**. Наука знов повернулася до ідеї корпускул – світлових квантів. Той факт, що світло в одних дослідах виявляє хвильові властивості, а в інших – корпускулярні, означає, що воно має складну подвійну природу, яку прийнято характеризувати терміном **корпускулярно-хвильовий дуалізм**.

### 3.2. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛОВИХ ХВИЛЬ

**Інтерференція** – один з яскравих проявів хвильової природи світла. Це цікаве і красиве явище спостерігається при накладенні двох або декількох світлових пучків. Інтенсивність світла в області перекривання пучків має характер світлих і темних смуг, що чергуються, причому в максимумах інтенсивність більша, а в мінімумах менше суми інтенсивностей пучків. При використанні білого світла **інтерференційні смуги** виявляються забарвленими в різні кольори спект-

ру. Перший експеримент по спостереженню інтерференції світла в лабораторних умовах належить І. Ньютону. Він спостерігав інтерференційну картину, що виникає при віддзеркаленні світла в тонкому повітряному прошарку між плоскою скляною пластиною і плоскоопуклою лінзою великого радіусу кривини (рис. 3.3). Інтерференція виникає при накладанні хвиль, що відбилися від двох сторін повітряного прошарку. Промені 1 і 2 – напрями розповсюдження відбитих хвиль;  $h$  – товщина повітряного прошарку. Інтерференційна картина мала вигляд концентричних кілець, що отримали назву **кілець Ньютона** (рис. 3.4, кільця Ньютона в зеленому і червоному світлі).

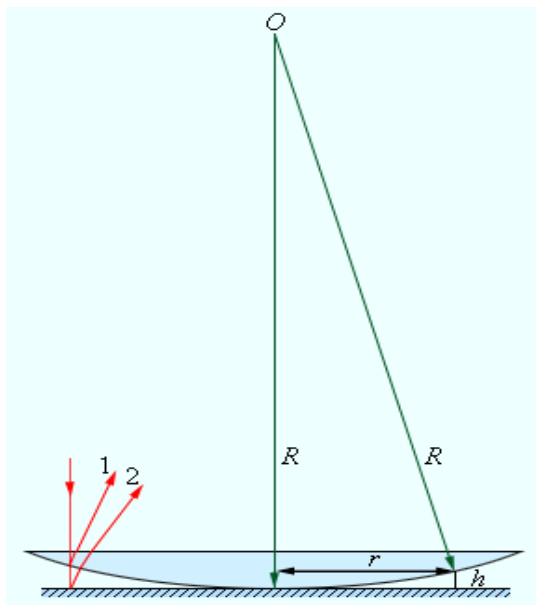


Рис. 3.3

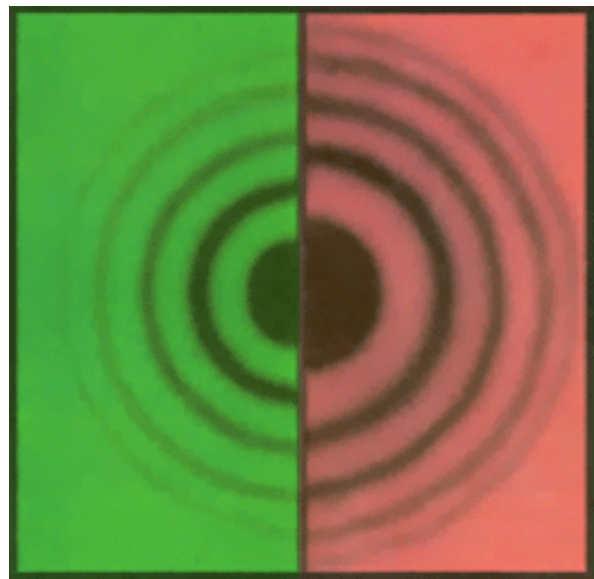


Рис. 3.4

Першим інтерференційним дослідом, що отримав пояснення на основі хвильової теорії світла, є **дослід Юнга** (1802 р.).

У досліді Юнга світло від джерела, яким була вузька щілина  $S$ , падало на екран з двома близько розташованими щілинами  $S_1$  і  $S_2$  (рис. 3.5). Проходячи крізь кожну з щілин, світловий пучок розширювався внаслідок **дифракції, тому** на білому екрані  $E$  світлові пучки, що пройшли через щілини  $S_1$  і  $S_2$ , перекривалися. В області перекриття світлових пучків спостерігалася інтерференційна картина у вигляді світлих і темних смуг, що чергуються.

Юнг був першим, хто зрозумів, що не можна спостерігати інтерференцію при накладанні хвиль від двох незалежних джерел. Тому в його досліді щілини  $S_1$  і  $S_2$ , які відповідно до принципу Гюйгенса можна розглядати як джерела вторинних хвиль, освітлювались світлом від одного джерела  $S$ . При симетричному

розташуванні щілин вторинні хвилі, що випускаються джерелами  $S_1$  і  $S_2$ , знаходяться у фазі, але ці хвилі проходять до точки спостереження  $P$  різні відстані  $r_1$  і  $r_2$ . Отже, фази коливань, що створюються хвилями від джерел  $S_1$  і  $S_2$  в точці  $P$ , взагалі кажучи, різні. Таким чином, завдання про інтерференцію хвиль зводиться до завдання про накладання коливань однієї і тієї ж частоти, але з різними фазами. Важливим є те, що різниця фаз хвиль повинна бути постійна в часі величина. Такі хвилі називаються когерентними. На рис.3.6 показано розподіл інтенсивності в інтерференційній картині. Ціле число  $m$  – порядок інтерференційного максимуму.

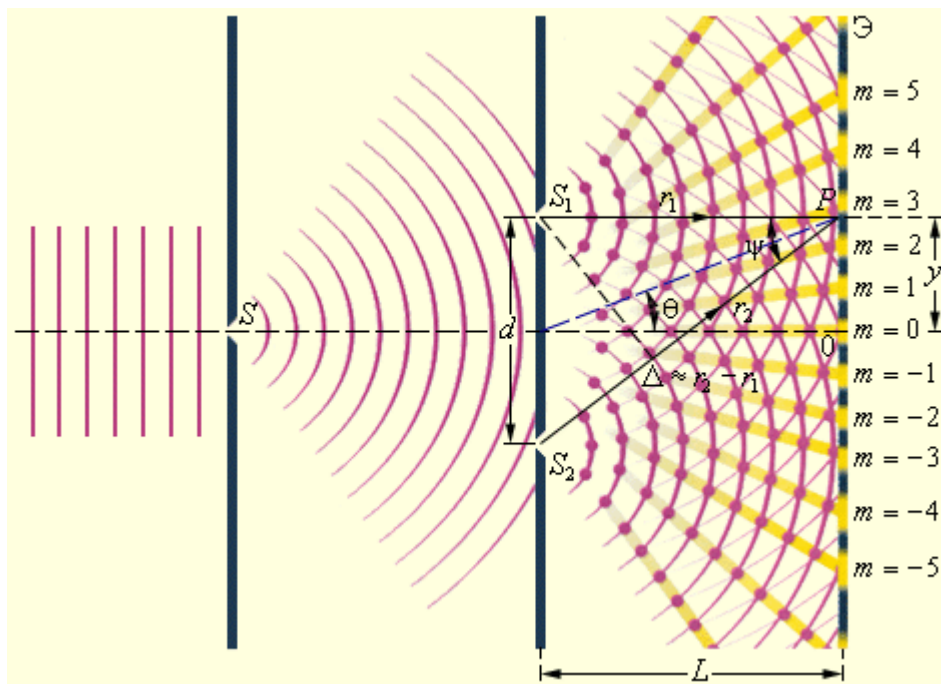


Рис. 3.5

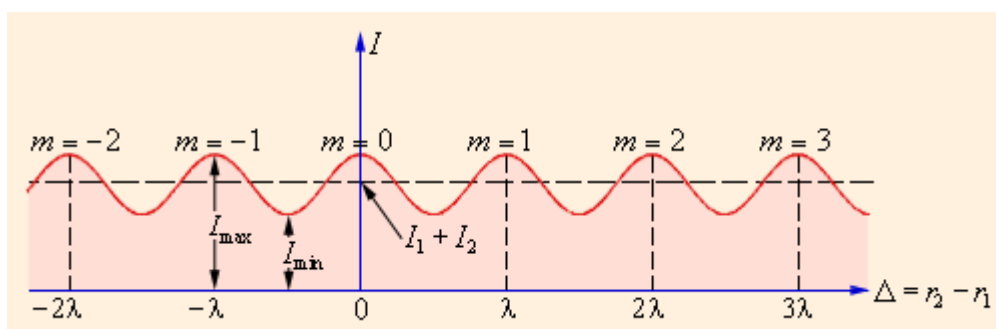


Рис. 3.6

Таким чином, інтерференція може виникнути тільки при накладанні когерентних коливань. Хвилі, що створюють в точці спостереження когерентні коливання, також називаються когерентними. Хвилі від двох незалежних

джерел некогерентні і не можуть дати сталої інтерференційної картини. Т. Юнг інтуїтивно вгадав, що для отримання інтерференції світла потрібно хвилю від одного джерела розділити на дві когерентні хвилі і потім спостерігати на екрані результат їх накладання.

### 3.3. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

**Дифракцією світла** називається явище відхилення світла від прямолінійного напрямку розповсюдження при проходженні поблизу перешкод. Як показує дослід, світло за певних умов може заходити в область геометричної тіні. Якщо на шляху паралельного світлового пучка розташована кругла перешкода (круглий диск, кулька або круглий отвір в непрозорому екрані), то на екрані, розташованому на достатньо великій відстані від перешкоди, з'являється **дифракційна картина** – система світлих і темних кілець, що чергуються. Якщо перешкода має лінійний характер (щілина, нитка, край екрану), то на екрані виникає система паралельних дифракційних смуг.

Дифракційні явища були добре відомі ще в часи Ньютона, але пояснити їх на основі корпускулярної теорії світла виявилось неможливим. Перше якісне пояснення явища дифракції на основі хвильових уявлень було надано англійським вченим *Т. Юнгом*. Незалежно від нього в 1818 р. французький вчений *О. Френель* розвинув кількісну теорію дифракційних явищ. В основу теорії Френель поклав **принцип Гюйгенса**, для чого доповнив його ідеєю про інтерференцію вторинних хвиль. Принцип Гюйгенса в його первинному вигляді дозволяв знаходити тільки положення хвильових фронтів в подальші моменти часу, тобто визначати напрямок розповсюдження хвилі. По суті, це був принцип геометричної оптики. Гіпотезу Гюйгенса про **огойнаючу** вторинних хвиль Френель замінив фізично ясним положенням, згідно якому вторинні хвилі, які приходять в точку спостереження, інтерферують одна з одною. Принцип **Гюйгенса – Френеля** також був певною гіпотезою, але подальший розвиток уявлень в цьому напрямку підтвердив її справедливність. В ряді практично важливих випадків вирішення дифракційних задач на основі цього принципу дає достатньо хороший результат. Рис. 3.7 ілюструє принцип Гюйгенса – Френеля.

Розглянемо як приклад просту дифракційну задачу про проходження плоскої монохроматичної хвилі від віддаленого джерела через невеликий круглий отвір радіусу  $R$  в непрозорому екрані (рис. 3.8).

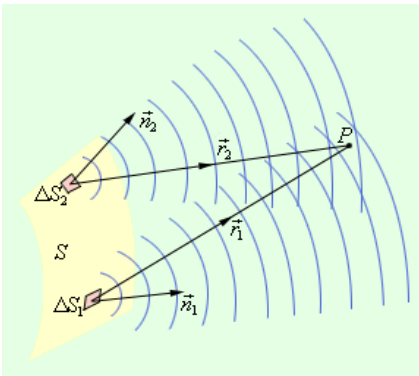


Рис. 3.7

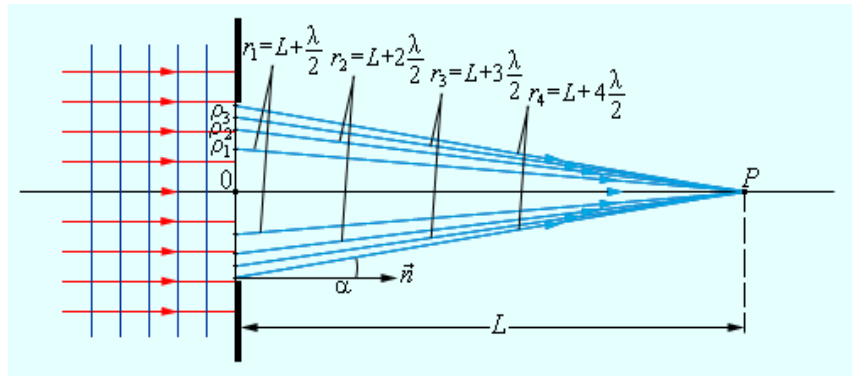


Рис. 3.8

Точка спостереження  $P$  знаходиться на осі симетрії на відстані  $L$  від екрану. Відповідно до принципу Гюйгенса – Френеля хвильову поверхню, що співпадає з площиною отвору, слід уявити зіставленою з вторинних джерел, хвилі від яких досягають точки  $P$ . В результаті інтерференції вторинних хвиль в точці  $P$  виникає деяке результуюче коливання, квадрат амплітуди якого (інтенсивність) потрібно визначити при заданих значеннях довжини хвилі  $\lambda$ , амплітуди  $A_0$  падаючої хвилі і геометрії задачі. Для полегшення розрахунку Френель запропонував розбити хвильову поверхню падаючої хвилі в місці розташування перешкоди на кільцеві зони (**зони Френеля**) за наступним правилом: відстань від меж сусідніх зон до точки  $P$  повинні відрізняється на половину довжини хвилі, тобто:

$$r_1 = L + \frac{\lambda}{2}; r_2 = L + 2\frac{\lambda}{2}; r_3 = L + 3\frac{\lambda}{2} \dots$$

Якщо дивитися на хвильову поверхню з точки  $P$ , то межі зон Френеля будуть концентричними колами (рис.3.9).

З рис.3.8 легко знайти радіуси  $\rho_m$  зони Френеля:

$$\rho_m = \sqrt{r_m^2 - L^2} = \sqrt{m\lambda L + m^2 \frac{\lambda^2}{4}} \approx \sqrt{m\lambda L}.$$

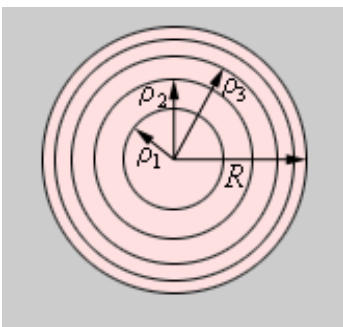


Рис. 3.9

При виконанні умови  $\lambda \ll L$ , другим членом під коренем можна знехтувати. Кількість зон Френеля, що укладаються на отворі, визначається його радіусом  $R$ :

$$m = \frac{R^2}{L\lambda}.$$

Френель висловив припущення (підтверджене експериментом), що зі збільшенням кута  $\alpha$  амплітуда коливань зменшується, але зменшення це не є дуже значним:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_l$$

де  $A_m$  – амплітуда коливань, які викликаються зоною за номером  $m$ .

Оскільки відстані від двох сусідніх зон до точки спостереження відрізняються на  $\lambda/2$ , то, коливання, що приходять в точку спостереження від сусідніх зон, приходять в протифазі.. Тому хвилі від будь-яких двох сусідніх зон майже гасять одна одну. Сумарна амплітуда в точці спостереження є:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = A_1 - (A_2 - A_3) - (A_4 - A_5) - \dots < A_1$$

Таким чином, сумарна амплітуда коливань в точці  $P$  завжди менше амплітуди коливань, яку б викликала одна перша зона Френеля. Зокрема, якби були відкриті всі зони Френеля, то до точки спостереження дійшла б незбурена перешкодою хвиля з амплітудою  $A_0$ . В цьому випадку можна записати:

$$A = A_0 = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2},$$

оскільки вирази, що стоять в дужках, дорівнюють нулю. Отже, дія (амплітуда), викликана всім хвильовим фронтом, дорівнює половині дії однієї першої зони.

Отже, якщо отвір в непрозорому екрані залишає відкритою тільки одну зону Френеля, то амплітуда коливань в точці спостереження зростає у 2 рази (а інтенсивність – у 4 рази) в порівнянні з дією незбуреної хвилі. Якщо відкрити дві зони, то амплітуда коливань звертається в нуль.

$$m = \frac{R^2}{L\lambda} \gg 1 \Rightarrow R^2 \gg L\lambda$$

Ця сильна нерівність визначає **межу застосовності геометричної оптики**. Вузкий пучок світла, який в геометричній оптиці називається променем, може бути сформований тільки при виконанні цієї умови. Таким чином, **геометрична оптика є граничним випадком хвильової оптики**.

Вище був розглянутий випадок дифракції світла від віддаленого джерела на перешкодах круглої форми. Якщо точкове джерело світла знаходиться на кінцевій відстані, то на перешкоду падає сферична хвиля. В цьому випадку геометрія задачі декілька ускладнюється, оскільки тепер зони Френеля потрібно будувати не на плоскій, а на сферичній поверхні (рис. 3.10).



Розрахунок приводить до наступного виразу для радіуса  $\rho_m$  зони Френеля на сферичному фронті хвилі:

$$\rho_m = \sqrt{m \frac{ab}{a+b}} \lambda.$$

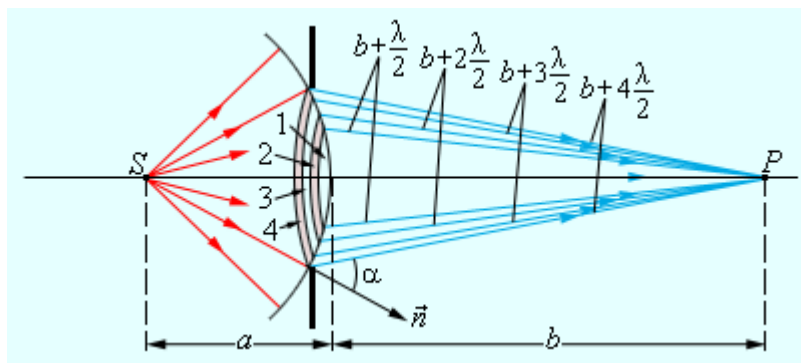


Рис. 3.10

### Спектральні прилади. Дифракційні ґратки

До складу видимого світла входять монохроматичні хвилі з різними значеннями довжин хвиль. У випромінюванні нагрітих тіл (нитка лампи розжарювання) довжини хвиль безперервно заповнюють весь діапазон видимого світла. Таке випромінювання називається **білим світлом**. Світло, що випускається, наприклад, газорозрядними лампами і багатьма іншими джерелами, містить в своєму складі окремі монохроматичні складові з деякими виділеними значеннями довжин хвиль. Сукупність монохроматичних компонент у випромінюванні називається **спектром**. Біле світло має **безперервний спектр**, а випромінювання джерел, в яких світло випускається атомами речовини, має **дискретний спектр**. Прилади, за допомогою яких досліджуються спектри випромінювання джерел, називаються **спектральними приладами**.

Для розкладання випромінювання в спектр в простому спектральному приладі використовується призма (рис. 3.11). Дія призми заснована на явищі **дисперсії**, тобто залежності показника заломлення  $n$  речовини від довжини хвилі світла  $\lambda$ .

Перший дослід по розкладанню білого світла в спектр був здійснений **І. Ньютоном** (1672р.).

В спектральних приладах високого класу замість призм застосовуються **дифракційні ґратки**.

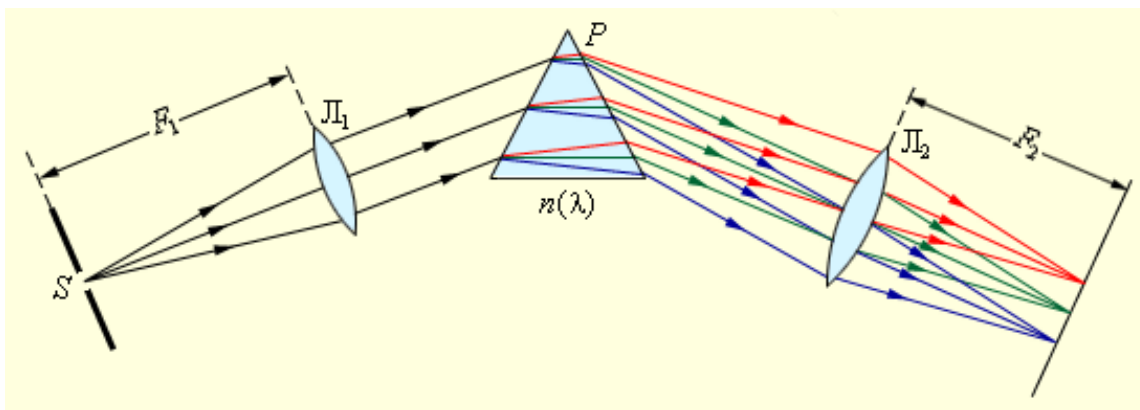


Рис. 3.11

Гратками є періодичні структури, вигравійовані спеціальною ділильною машиною на поверхні скляної або металевої пластинки (рис. 3.12). У хороших ґраток паралельні один одному штрихи мають довжину порядку 10 см, а на кожному міліметрі міститься до 2000 штрихів. При цьому загальна довжина ґратки досягає 10–15 см. Виготовлення таких ґраток вимагає застосування найвищих технологій. На практиці застосовуються також і грубіші ґратки з 50–100 штрихами на міліметр, нанесеними на поверхню прозорої плівки. Як дифракційні ґрати може бути використаний шматочок компакт-диска або навіть уламок грамофонної платівки.

Прості дифракційні ґратки складаються з прозорих ділянок (щілин), розділених непрозорими проміжками. На ґратку за допомогою коліматора прямує паралельний пучок досліджуваного світла. Спостереження ведеться у фокальній площині лінзи, встановленої за ґраткою (рис. 3.13).

У кожній точці  $P$  на екрані у фокальній площині лінзи зберуться промені, які до лінзи були паралельні між собою і розповсюджувалися під певним кутом  $\theta$  до напрямку падаючої хвилі. Коливання в точці  $P$  є результатом інтерференції вторинних хвиль, що приходять в цю точку від різних щілин. Для того, щоб в точці  $P$  спостерігався інтерференційний максимум, різниця ходу  $\Delta$  між хвилями, що йдуть від сусідніх щілин, повинна дорівнювати цілому числу довжин хвиль:

$$d \sin \theta_m = m\lambda; (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Тут  $d$  – період ґратки,  $m$  – ціле число, яке називається **порядком дифракційного максимуму**. У тих точках екрану, для яких ця умова виконана, розташовуються так звані **головні максимуми** дифракційної картини.

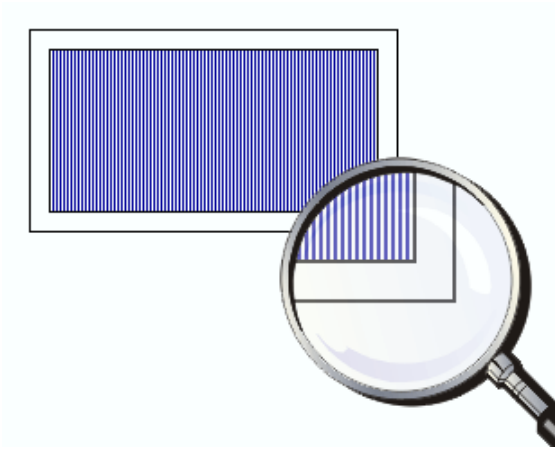


Рис. 3.1

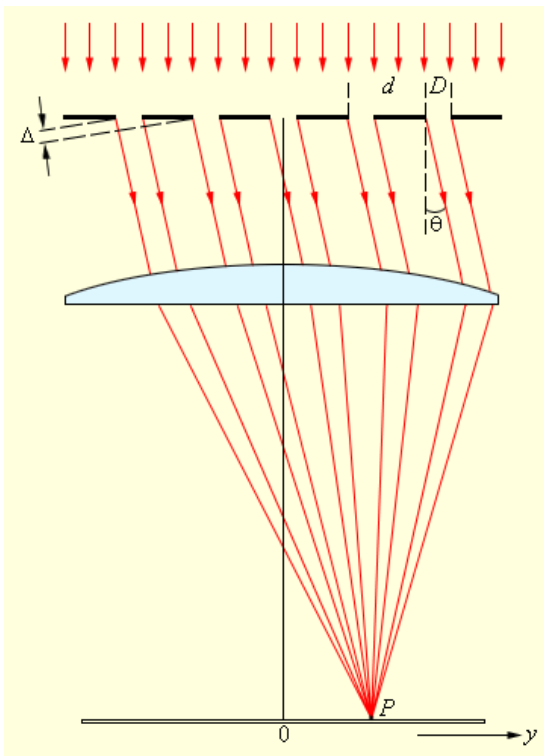


Рис. 3.13

Рис.3.14 дає уявлення про те, як міняється гострота головних максимумів при збільшенні числа щілин ґратки.  $I_0$  – інтенсивність коливань при дифракції світла на одній щілині.

Внаслідок формули для дифракційних ґраток, положення головних максимумів (окрім нульового) залежить від довжини хвилі  $\lambda$ . Тому ґратки здатні розкладати випромінювання в спектр, тобто вони є **спектральними приладами**. Внаслідок формули для дифракційних ґраток, положення головних максимумів (окрім нульового) залежить від довжини хвилі  $\lambda$ . Тому ґратки здатні розкладати випромінювання в спектр, тобто вони є **спектральними приладами**.

Якщо на ґратку падає немонохроматичне випромінювання, то в кожному порядку дифракції (тобто при кожному значенні  $m$ ) виникає спектр досліджуваного випромінювання, причому фіолетова частина

спектру розташовується ближче до максимуму нульового порядку.

На початку XIX століття, коли Т.Юнг і О.Френель розвивали хвильову теорію світла, природа світлових хвиль була невідома. На першому етапі передбачалося, що світло є подовжніми хвилями, які розповсюджуються в деякому гіпотетичному середовищі – **ефірі**. При вивченні явищ інтерференції і дифракції питання про те, чи є світлові хвилі подовжніми або поперечними,

мало другорядне значення. У той час здавалося неймовірним, що світло – це поперечні хвилі, оскільки по аналогії з механічними хвилями довелося б припускати, що ефір – це тверде тіло (поперечні механічні хвилі не можуть розповсюджуватися в газоподібному або рідкому середовищі).

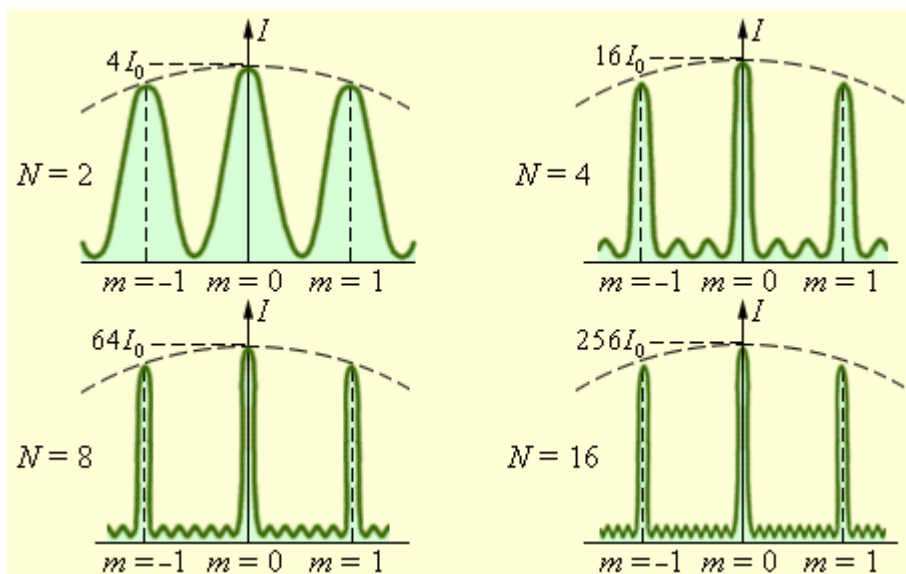


Рис. 3.14

### 3.4. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА

Проте, поступово накопичувалися експериментальні факти, що свідчили на користь поперечності світлових хвиль. В електромагнітній хвилі вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  перпендикулярні один до одного і лежать в площині, перпендикулярній напрямку розповсюдження хвилі. У всіх процесах взаємодії світла з речовиною основну роль грає електричний вектор  $\vec{E}$ , тому його називають **світловим вектором**. Якщо при розповсюдженні електромагнітної хвилі світловий вектор зберігає свою орієнтацію, таку хвилю називають лінійно **поляризованою** або **плоско поляризованою**.

Площина, в якій коливається світловий вектор  $\vec{E}$ , називається **площиною коливань**, а площина, в якій здійснює коливання магнітний вектор  $\vec{B}$ , – **площиною поляризації**.

Світло, у якому напрямки коливань векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  швидко і безладно змінюють один одного називається **неполяризованим** або **природнім**. Світло, у якому напрямки коливань векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  будь-яким чином упорядковані, називається **поляризованим** або **частково поляризованим**. При цьому інтенсивність світла, яке пройшло крізь прилад, що зветься **поляризатором**,

змінюється від  $I_{\min}$  до  $I_{\max}$  при обертанні поляризатора на прямий кут навколо осі, що збігається з напрямком розповсюдження світла.

Ступінь поляризації визначається наступним виразом:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Для природного світла  $I_{\min} = I_{\max}$ , і  $P = 0$ , для плоско поляризованого світла  $I_{\min} = 0$ , і  $P = 1$ .

У 1809 році французький інженер Е.Малюс відкрив закон, названий його ім'ям. У дослідах Малюса плоско поляризоване світло послідовно пропускалося крізь дві однакові пластинки з турмаліну (прозора кристалічна речовина зеленуватого забарвлення), які виявилися поляризаторами. Пластинки можна було повертати одну відносно одної на будь-який кут  $\varphi$  (рис.3.15).

Інтенсивність світла, яке пройшло крізь обидва поляризатори, виявилася прямо пропорційною  $\cos^2 \varphi$ :

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

де  $I_0$  - інтенсивність світла, що пройшло крізь перший поляризатор. Воно виявилось плоско поляризованим, а кут виявився кутом між так званими **площинами поляризації**, які існують для кожного поляризатора. Поляризатор пропускає тільки світло, в якому коливання вектора  $\vec{E}$  відбуваються в площині поляризатора, і не пропускає, якщо коливання вектора  $\vec{E}$  відбуваються в перпендикулярному напрямку.

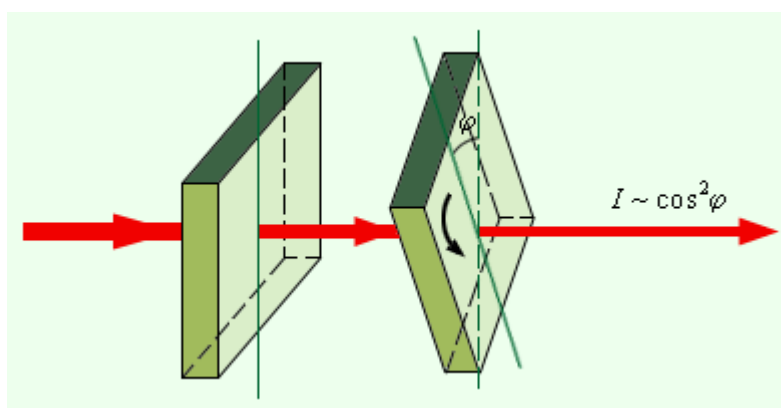


Рис. 3.15

Світло, що випускається звичайними джерелами (наприклад, сонячне світло, випромінювання ламп розжарювання і т. ін.), є **неполяризованим**.

Розглянемо проходження природного світла послідовно крізь два ідеальні поляроїди  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  (рис. 3.16), дозvolені напрями яких повернені один відносно одного на деякий кут  $\varphi$ . Перший поляроїд грає роль поляризатора. Він перетворює природне світло на лінійно **поляризоване** світло. Другий поляроїд застосовується для аналізу падаючого на нього світла.  $yy'$  – дозvolені напрямки поляроїдів.

Амплітуда природного світлового вектора, що пройшов через перший поляроїд, дорівнює

$$E_0 = \sqrt{\frac{I_0}{2}}.$$

Хвиля, пропущена другим поляроїдом, матиме амплітуду  $E = E_0 \cos \varphi$ . Отже, інтенсивність  $I$  лінійно поляризованої хвилі на виході з другого поляроїда дорівнює:

$$I = E^2 = E_0^2 \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi.$$

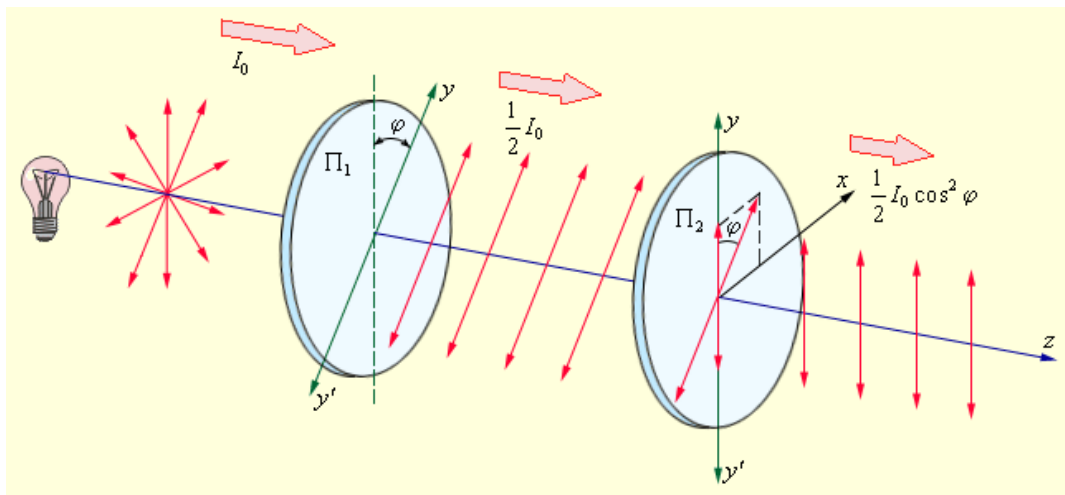


Рис. 3.16

Ще в кінці XVII століття було виявлено, що кристал ісландського шпату ( $\text{CaCO}_3$ ) роздвоює промені, що проходять через нього. Це явище отримало назву **подвійного променезаломлення** (рис.3.17). Якщо кристал повертати відносно напрямку первинного променя, то повертаються обидва промені, що пройшли крізь кристал. Один з них називають звичайним, тому що він підкоряється звичайному закону заломлення. Другий – незвичайним, тому що він не підкоряється цьому закону.

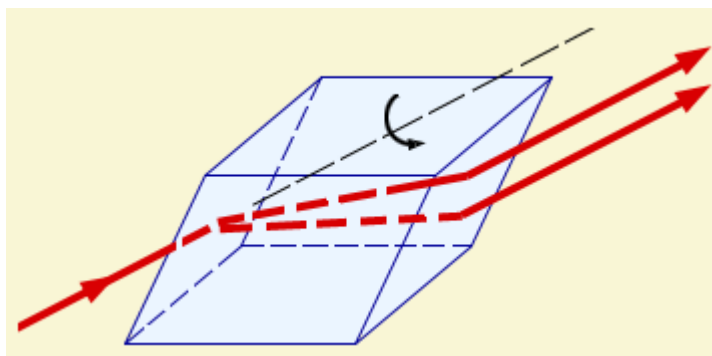


Рис. 3.17

При падінні природного світла на межу двох прозорих діелектриків відбувається ще один випадок поляризації. Відбитий і заломлений промені виявляються поляризованими. Ступінь поляризації залежить від кута падіння. Максимальні ступені часткової поляризації заломленого променя ( $P < 1$ ) і відбитого променя ( $P_{\text{max}} = 1$ ) будуть при куті падіння  $\varphi_B$ , що задовільняє умові:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = n_{12}.$$

Це співвідношення носить назву **закону Брюстера**, а кут  $\varphi_B$  називається **кутом Брюстера**.  $n_{12}$  - відносний показник заломлення двох середовищ, на межі яких відбувається заломлення та відбиття променів.

## 4. КВАНТОВА ФІЗИКА

У грудні 2000 року світова наукова громадськість відзначала сторічний ювілей виникнення нової науки – **квантової фізики** і відкриття нової фундаментальної фізичної константи – **сталой Планка**. Заслуга в цьому належить видатному німецькому фізику **Максу Планку**. Йому вдалося вирішити проблему спектрального розподілу світла, що випромінюється нагрітими тілами, перед якою класична фізика виявилася безсилою. Планк першим висловив гіпотезу про квантування енергії осцилятора (коливальної системи), несумісну з принципами класичної фізики. Саме ця гіпотеза, розвинена згодом працями багатьох видатних фізиків, дала поштовх процесу перегляду і ломки старих понять, який завершився створенням квантової фізики.

#### 4.1.ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ТІЛ

Світло, що випускається джерелом, відносить з собою енергію. Існує багато різних механізмів підведення енергії до джерела світла. У тих випадках, коли необхідна енергія надається нагріванням, тобто підведенням тепла, випромінювання називається **тепловим** або **температурним**. Цей вид випромінювання для фізиків кінця XIX століття представляв особливий інтерес, оскільки на відміну від всіх інших видів випромінювання (наприклад, люмінесценції), теплове випромінювання може знаходитися в стані термодинамічної рівноваги з нагрітими тілами.

Вивчаючи закономірності теплового випромінювання тіл, фізики сподівалися встановити взаємозв'язок між термодинамікою і оптикою.

Якщо в замкнену порожнину із стінками, які дзеркально відбивають, помістити декілька тіл, нагрітих до різної температури, то, як показує дослід, така система з часом приходить в стан теплової рівноваги, при якій всі тіла набувають однакової температури. Тіла обмінюються енергією тільки шляхом випромінювання і поглинання променистої енергії. В стані рівноваги процеси випромінювання і поглинання енергії кожним тілом в середньому компенсують одне одне, і в просторі між тілами щільність енергії випромінювання досягає певного значення, залежного тільки від сталої температури тіл. Це випромінювання, що знаходиться в термодинамічній рівновазі з тілами, що мають певну температуру, називається **рівноважним** або **чорним випромінюванням**. Щільність енергії рівноважного випромінювання і його спектральний склад залежать тільки від температури.

Якщо через малий отвір зазирнути всередину порожнини, в якій встановилася термодинамічна рівновага між випромінюванням і нагрітими тілами, то око не розрізнить контурів тіл і зафіксує лише однорідне свічення всієї порожнини в цілому.

Якщо одне з тіл в порожнині має властивість поглинати всю падаючу на його поверхню променисту енергію будь-якого спектрального складу, то таке тіло



називають **абсолютно чорним**. При заданій температурі власне теплове випромінювання абсолютно чорного тіла, що знаходиться в стані теплової рівноваги з випромінюванням, повинне мати той же спектральний склад, що і оточуюче це тіло рівноважне випромінювання. Інакше рівновага між абсолютно чорним тілом і що оточуючим його випромінюванням не могло б встановитися. Тому завдання зводиться до вивчення спектрального складу випромінювання абсолютно чорного тіла. Вирішити цю задачу класична фізика виявилася неспроможною.

Для встановлення рівноваги в порожнині необхідно, щоб кожне тіло випускало рівно стільки променистої енергії, скільки воно поглинає. Це одна з найважливіших закономірностей теплового випромінювання. Звідси витікає, що при заданій температурі абсолютно чорне тіло випускає з поверхні одиничної площі в одиницю часу більше променистої енергії, чим будь-яке інше тіло.

Абсолютно чорних тіл в природі не буває. Досить гарною моделлю такого тіла є невеликий отвір в замкненій порожнині. Світло, падаюче через отвір всередину порожнини, після численних відбиттів від внутрішніх стінок порожнини буде практично повністю поглинене стінками, і зовні отвір здаватиметься абсолютно чорним. Але якщо порожнина нагріта до деякої температури  $T$ , і усередині встановилася теплова рівновага, то власне випромінювання порожнини, що виходить крізь отвір, буде випромінюванням абсолютно чорного тіла. Саме таким чином у всіх експериментах по дослідженню теплового випромінювання моделюється абсолютно чорне тіло.

Із збільшенням температури всередині порожнини зростатиме енергія випромінювання, що виходить з отвору, і буде змінюватися його спектральний склад.

Розподіл енергії по довжинах хвиль у випромінюванні абсолютно чорного тіла при заданій температурі  $T$  характеризується **випромінювальною здатністю**  $r(\lambda, T)$ , яка дорівнює потужності випромінювання з одиниці поверхні тіла в одиничному інтервалі довжин хвиль. Добуток  $r(\lambda, T) \cdot \Delta\lambda$  дорівнює потужності випромінювання, яка випускається одиничною ділянкою

поверхні по всіх напрямках в інтервалі довжин хвиль  $\Delta\lambda$ . Аналогічно можна ввести розподіл енергії по частотах  $r(\nu, T)$ . Функцію  $r(\lambda, T)$  (або  $r(\lambda, T)$ ) часто називають спектральною світністю, а повний потік  $R(T)$  випромінювання всіх довжин хвиль, що дорівнює

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} r(\nu, T) d\nu$$

називають **інтегральною світністю тіла**.

У 1879 році Йозеф Стефан на основі аналізу експериментальних даних прийшов до висновку, що **інтегральна світність  $R(T)$  абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури  $T$** :

$$R(T) = \sigma T^4$$

Дещо пізніше, в 1884 році *Л. Больцман* вивів цю залежність теоретично, виходячи з термодинамічних міркувань. Цей закон отримав назву **закону Стефана – Больцмана**. Числове значення сталої величини  $\sigma$ , за сучасними вимірюваннями, складає:

$$\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{К}^4$$

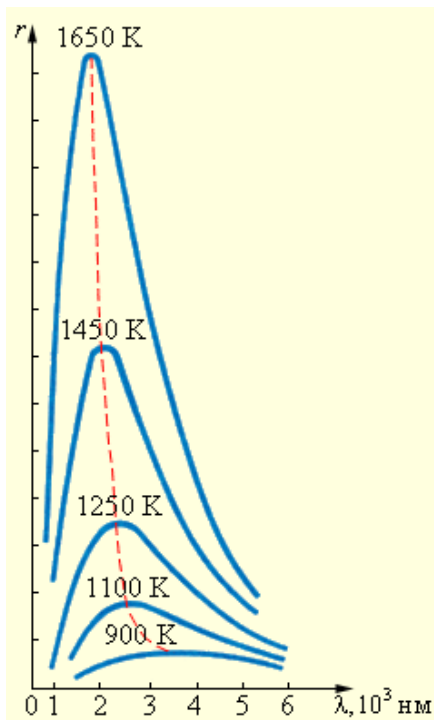


Рис. 4.1

До кінця 90-х років XIX століття були виконані ретельні експериментальні вимірювання спектрального розподілу випромінювання абсолютно чорного тіла, які показали, що при кожному значенні температури  $T$  залежність  $r(\lambda, T)$  має яскраво виражений максимум (рис. 4.1). При збільшенні температури максимум зміщується в область коротких довжин хвиль, причому добуток температури  $T$  на довжину хвилі  $\lambda_m$ , відповідну максимуму, залишається постійним:

$$\lambda_m T = b \quad \text{або} \quad \lambda_m = \frac{b}{T}$$

Це співвідношення раніше було отримане Віном з термодинаміки. Воно виражає так званий **закон зміщення Віна**: довжина хвилі  $\lambda_m$ , на яку припадає максимум енергії випромінювання абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна абсолютній температурі  $T$ . Значення сталої Віна:

$$b = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

При практично досяжних в лабораторних умовах температурах максимум випромінювальної здатності  $r(\lambda, T)$  лежить в інфрачервоній області. Тільки при  $T \geq 5 \cdot 10^3 \text{ К}$  максимум потрапляє у видиму область спектру. Максимум енергії випромінювання Сонця доводиться приблизно на  $550 \text{ нм}$  (зелена область спектру), що відповідає температурі зовнішніх шарів Сонця (близько  $6200 \text{ К}$ , якщо розглядати Сонце як абсолютно чорне тіло).

Процеси випромінювання і поглинання електромагнітної енергії нагрітим тілом відбуваються не безперервно, як це вважали в класичній фізиці, а кінцевими порціями – **квантами**. Квант – це мінімальна порція енергії, що випромінюється або поглинається тілом. За теорією Планка, енергія кванта  $\varepsilon$  прямо пропорційна частоті світла  $\nu$ :

$$\varepsilon = h\nu$$

де  $h$  – так звана **стала Планка**:  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

На основі гіпотези про дискретний характер процесів випромінювання і поглинання тілами електромагнітного випромінювання Планк отримав формулу для спектральної світності абсолютно чорного тіла. Формулу Планка зручно записувати у формі, що визначає розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла за частотами  $\nu$ , а не за довжинами хвиль  $\lambda$ :

$$r(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Тут  $c$  – швидкість світла,  $h$  – стала Планка,  $k$  – стала Больцмана,  $T$  – абсолютна температура.

## 4.2. ГІПОТЕЗА ДЕ БРОЙЛЯ. КОРПУСКУЛЯРНО-ХВИЛЬОВИЙ ДУАЛІЗМ ВЛАСТИВОСТЕЙ РЕЧОВИНИ

Запропонована Бором квантова теорія атома, в основі якої полягала ідея дискретності, була значним кроком у розвитку атомної фізики, однак мала цілий ряд внутрішніх протиріч. В зв'язку з цим необхідно було переглянути уявлення

про природу елементарних частинок (електронів, протонів і т. ін.). У 1924 р. французький вчений Луї де Бройль висунув гіпотезу про те, що частинки речовини поряд з корпускулярними властивостями мають також і хвильові, тобто частинкам, як і світлу, притаманний корпускулярно-хвильовий дуалізм.

Як відомо, фотон має квант енергії  $E = h\nu$ , імпульс  $p = \frac{h}{\lambda}$  і масу  $m = \frac{h\nu}{c^2}$ .

За де Бройлем, між корпускулярними і хвильовими характеристиками електрона існує такий самий зв'язок, як і між відповідними характеристиками фотона. Інакше кажучи, рух електрона з швидкістю  $V$  пов'язаний з деяким хвильовим процесом, довжина хвилі якого визначається рівнянням:

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

де імпульс  $p = mv$ . Це є формула де Бройля.

Якщо частинка має кінетичну енергію  $E_k$ , то можна виразити її імпульс через кінетичну енергію за формулою  $p = \sqrt{2mE_k}$  і записати формулу де Бройля у вигляді:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}.$$

### 4.3.ФОТОЕЛЕКТРИЧНИЙ ЕФЕКТ

**Фотоелектричний ефект** був відкритий в 1887 році німецьким фізиком **Г. Герцем** і в 1888 – 1890 роках експериментально досліджений О.Р. Столетовим. Якнайповніше дослідження явища фотоефекту було виконано Ф. Ленардом в 1900 р. До цього часу вже був відкритий електрон (1897 р., **Дж. Томсон**), і стало ясно, що фотоефект (або точніше – зовнішній фотоефект) полягає у вириванні електронів з речовини під дією падаючого на нього світла.

В експериментах використовувався скляний вакуумний балон з двома металевими електродами, поверхня яких була ретельно очищена. До електродів прикладалася деяка напруга  $U$ , полярність якої можна було змінювати за допомогою подвійного ключа. Один з електродів (катод К) через кварцове віконце

освітлювався монохроматичним світлом деякої довжини хвилі  $\lambda$ . При незмінному світловому потоці знімалася залежність сили фотоструму  $I$  від прикладеної напруги. На рис. 4.2 зображені типові криві такої залежності, отримані при двох значеннях інтенсивності світлового потоку, падаючого на катод. Крива 2 відповідає більшій інтенсивності світлового потоку.  $I_{H1}$  і  $I_{H2}$  – струми насичення,  $U_3$  – замикаючий потенціал.

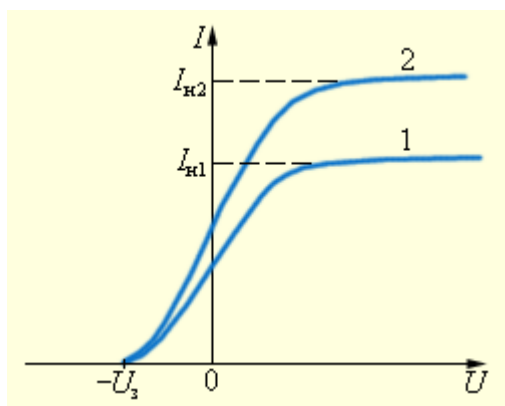


Рис. 4.2

Криві показують, що при достатньо великій позитивній напрузі на аноді А фотострум досягає насичення, оскільки всі електрони, вирвані світлом з катода, досягають анода. Ретельні вимірювання показали, що струм насичення  $I_H$  прямо пропорційний інтенсивності падаючого світла. Коли напруга на аноді негативна, електричне поле між катодом і анодом гальмує електрони. Анода

можуть досягти тільки ті електрони, кінетична енергія яких перевищує  $|eU|$ . Якщо напруга на аноді менша, ніж  $-U_3$ , фотострум припиняється. Вимірюючи  $U_3$ , можна визначити максимальну кінетичну енергію фотоелектронів:

$$\left( \frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = eU_3.$$

Численними експериментаторами були встановлені наступні основні закономірності фотоефекту:

1. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно зростає зі збільшенням частоти світла  $\nu$  і не залежить від його інтенсивності.
2. Для кожної речовини існує так звана **червона межа фотоефекту**, тобто найменша частота  $\nu_{\min}$ , при якій ще можливий зовнішній фотоефект.
3. Число фотоелектронів, що вириваються світлом з катода за 1 с, прямо пропорційно інтенсивності світла.
4. Фотоефект практично безінерційний, фотострум виникає миттєво після початку освітлення катода за умови, що частота світла  $\nu > \nu_{\min}$ .

Всі ці закономірності фотоефекту в корені суперечили уявленням класичної фізики про взаємодію світла з речовиною. Згідно хвильовим

уявленням при взаємодії з електромагнітною світловою хвилею електрон повинен був би поступово накопичувати енергію, і був би потрібен значний час, залежний від інтенсивності світла, щоб електрон накопичив достатньо енергії для того, щоб вилетіти з катода. Як показують розрахунки, цей час повинен був би обчислюватися хвилинами або годинами. Проте, досліди показують, що фотоелектрони з'являються зразу ж після початку освітлення катода. У цій моделі також було неможливо зрозуміти існування червоної межі фотоефекту. Хвильова теорія світла не могла пояснити незалежність енергії фотоелектронів від інтенсивності світлового потоку і пропорційність максимальної кінетичної енергії частоті світла.

Таким чином, електромагнітна теорія світла виявилася нездатною пояснити ці закономірності.

Вихід був знайдений **А. Ейнштейном** у 1905 р. Теоретичне пояснення закономірностей фотоефекту, що спостерігалися в дослідах, було дане Ейнштейном на основі гіпотези **М. Планка** про те, що світло випромінюється і поглинається певними порціями, причому енергія кожної такої порції визначається формулою  $E = h\nu$ , де  $h$  – **стала Планка**. Ейнштейн зробив наступний крок в розвитку квантових уявлень. Він прийшов до висновку, що **світло має переривисту (дискретну) структуру. Електромагнітна хвиля складається з окремих порцій – квантів, згодом названих фотонами.** При взаємодії з речовиною фотон цілком передає всю свою енергію  $h\nu$  одному електрону. Частину цієї енергії електрон може розсіяти при зіткненнях з атомами речовини. Крім того, частина енергії електрона витрачається на подолання потенційного бар'єру на межі метал – вакуум. Для цього електрон повинен виконати роботу виходу  $A$ , залежну від властивостей матеріалу катода. Найбільша кінетична енергія, яку може мати фотоелектрон, що вилетів з катода, визначається законом збереження енергії:

$$\left( \frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = eU_3 = h\nu - A.$$

Цю формулу прийнято називати **рівнянням Ейнштейна для фотоефекту.**

За допомогою рівняння Ейнштейна можна пояснити всі закономірності зовнішнього фотоефекту. З рівняння Ейнштейна витікають лінійна залежність максимальної кінетичної енергії від частоти і незалежність від інтенсивності

світла, існування червоної межі, безінерційність фотоефекту. Загальне число фотоелектронів, що покидають за  $1\text{ с}$  поверхню катода, повинне бути пропорційне числу фотонів, падаючих за той же час на поверхню металу. З цього виходить, що струм насичення повинен бути прямо пропорційний інтенсивності світлового потоку.

З рівняння Ейнштейна випливає, що робота виходу  $A$  дорівнює мінімальній енергії фотона, при якій відбувається фотоефект:

$$A = h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\text{чер.}}},$$

де  $c$  – швидкість світла,  $\lambda_{\text{чер.}}$  – довжина хвилі, що відповідає червоній межі фотоефекту. У більшості металів робота виходу  $A$  складає декілька електрон-вольт ( $1\text{eV} = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{ Дж}$ ). В квантовій фізиці електрон-вольт часто використовується як енергетична одиниця вимірювання.

Отже, закони фотоефекту свідчать, що світло при випромінюванні і поглинанні поводить себе подібно до потоку частинок, що отримали назву **фотонів** або **світлових квантів**.

Енергія фотону дорівнює:

$$\varepsilon = h\nu.$$

Фотон рухається у вакуумі з швидкістю  $c$ . Фотон не має маси спокою ( $m_0 = 0$ ). Імпульс фотона дорівнює:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}.$$

Таким чином, вчення про світло, зробивши виток тривалістю в два сторіччя, знов повернулося до уявлень про світлові частинки – корпускули, але зовсім на іншому якісному рівні.

## 5. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

**Спеціальна теорія відносності** є сучасною фізичною теорією простору і часу. Спеціальну теорію відносності називають **релятивістською** теорією, а явища, що описуються цією теорією, – релятивістськими ефектами, які проявляються при швидкостях руху тіл, близьких за величиною до швидкості світла у вакуумі  $c$ . Релятивістською механікою називається механіка рухів з релятивістськими швидкостями, яка ґрунтується на спеціальній теорії відносності.

В основі спеціальної теорії відносності лежать два постулати Ейнштейна.

**1. Принцип відносності:** всі закони природи інваріантні відносно переходу від однієї інерціальної системи відліку до іншої. Іншими словами: ніякі досліди (механічні, електричні, оптичні), які проведені всередині даної інерціальної системи відліку, не дають можливості виявити, чи знаходиться ця система в стані спокою чи рухається рівномірно і прямолінійно.

**2. Принцип інваріантності швидкості світла:** швидкість світла у вакуумі у всіх інерціальних системах відліку однакова. Тобто вона не залежить від швидкості джерела світла або спостерігача.

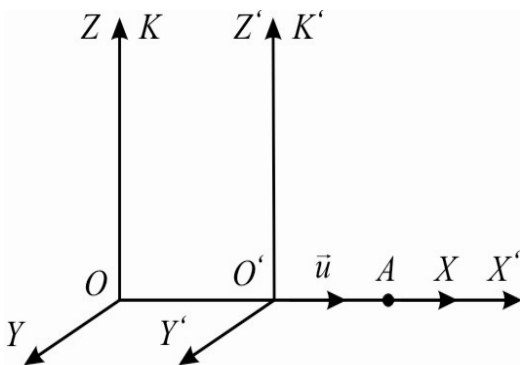


Рис.5.1

Розглянемо дві інерціальні системи відліку  $K$  і  $K'$ , яка рухається відносно  $K$  вздовж осі  $OX$  зі швидкістю  $\vec{u}$  (рис.5.1). Нехай в початковий момент часу  $t = t' = 0$ , коли координати точок  $O$  і  $O'$  збігаються, випромінюється світловий імпульс. Швидкість світла в обох системах відліку одна і та сама і дорівнює  $c$

Нехай в деякій точці, яка є нерухомою в системі  $K$ , відбувається подія, тривалість якої  $\tau = t_2 - t_1$ . Тривалість цієї події в системі  $K'$  становить:

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{t_1 - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

З цього виразу видно, що  $\tau < \tau'$  і тривалість події, що відбувається в деякій точці найменша в тій інерціальній системі відліку, відносно якої ця точка нерухома. Отже, годинники, які рухаються відносно інерціальної системи відліку, йдуть повільніше від нерухомих годинників.

Нехай деяке тіло (наприклад, стрижень) розміщено вздовж осі  $OX'$ , рухається разом з системою відліку  $K'$  і має в цій системі довжину  $l_0 = x'_2 - x'_1$ , де  $x'_1$  і  $x'_2$  - координати початку і кінця стрижня, які не змінюються з часом  $t'$ . Визначимо довжину стрижня в системі  $K$ , відносно якої він рухається зі швидкістю  $\vec{u}$ . Для цього треба виміряти координати його кінців  $x_1$  і  $x_2$  і системі  $K$  в один і той самий момент часу  $t$ :

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - ut}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{x_1 - ut}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$



Відкiля видно, що розмiри тiла  $l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ .

Очевидно, що довжина стрижня, яка вимiрюється в системi, вiдносно якої вiн рухається, є меншою вiд довжини, що вимiрюється в системi, вiдносно якої стрижень знаходиться у станi спокою. Причому поперечнi розмiри тiла не залежать вiд швидкостi його руху i однаковi у всiх iнерцiальних системах вiдлiку.

В релятивiстськiй механiцi, як i в ньютонiвськiй, iмпульс  $\vec{p}$  матерiальної точки пропорцiйний до її маси i збiгається за напрямком з її швидкiстю  $\vec{V}$ . Але на вiдмiну вiд ньютонiвськiй механiки, iмпульс матерiальної точки є нелiнійною функцiєю її швидкостi:

$$\vec{p} = m\vec{V} = \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},$$

де

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Це співвiдношення є релятивiстська маса, а  $m_0$  - маса спокою матерiальної точки, тобто маса, яка вимiряна в тiй iнерцiальнiй системi вiдлiку, вiдносно якої матерiальна точка знаходиться в станi спокою.

Основний закон релятивiстськiй динамiки: **швидкiсть змiни iмпульсу матерiальної точки дорiвнює силi  $\vec{F}$ , що дiє на цю точку, має вигляд:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \Rightarrow \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \vec{V} \right) = \vec{F}.$$

Якщо проiнтегрувати отримане співвiдношення, маємо:

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + C.$$

При  $V = 0$   $E_k = 0$ , i з цiєї умови визначаємо константу  $C = -m_0 c^2$ . Кiнцевий вираз для релятивiстськiй кiнетичної енергiї матерiальної точки буде:

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = mc^2 - m_0 c^2.$$

Таким чином, Ейнштейн отримав універсальну залежність між повною енергією тіла і його масою:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Якщо тіло нерухоме, то  $E_0 = m_0 c^2$  - енергія спокою тіла.

Встановимо зв'язок між повною енергією тіла та його релятивістським імпульсом:

$$\begin{aligned} E^2 = m^2 c^4 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \left( 1 - \frac{V^2}{c^2} \right) + \frac{m_0^2 c^2 V^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}} = m_0^2 c^4 + \frac{m_0^2 c^2 V^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}} = \\ &= m_0^2 c^4 + m^2 c^2 V^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \end{aligned}$$

або:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2}.$$

## 5.1. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З РОЗДІЛІВ 2,3,4,5

### Приклад 1.

В установці для спостереження кілець Ньютона простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений рідиною. Визначити показник заломлення рідини, якщо радіус третього світлого кільця становить 3,65 мм. Спостереження ведеться в світлі, що проходить. Радіус кривини лінзи 10 м. Довжина світлової хвилі 589 нм.

#### Розв'язання:

При спостереженні кілець Ньютона в світлі, що проходить, умова максимуму світла визначається формулою  $2hn = k\lambda$  ( $h$  - товщина шару між пластинкою і лінзою,  $n$  - абсолютний показник заломлення рідини).

Товщина шару між лінзою і пластинкою пов'язана з відповідним радіусом кільця таким чином:

$$h = \frac{r_k^2}{2R}.$$

Підставимо це значення в умову максимуму і отримаємо:  $n \frac{r_k^2}{R} = k\lambda$

звідки показник заломлення 
$$n = \frac{k\lambda R}{r_k^2} = \frac{3 \cdot 589 \cdot 10^{-7} \cdot 10}{3.65 \cdot 10^{-3}} = 1.33.$$

## Приклад 2.

Визначити імпульс електрона, що має кінетичною енергією  $5 \text{ MeV}$ .

### Розв'язання:

За визначенням імпульс частинки  $p = mv$ , але при швидкостях близьких до швидкостей світла (релятивістський випадок) маса частинки стає функцією її швидкості:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

де  $m$  - маса рухомої частинки,  $m_0$  - маса спокою цієї частинки,  $\beta = \frac{v}{c}$  - відношення швидкості частинки до швидкості світла у вакуумі. Тоді імпульс частинки визначається за формулою:

$$p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

В нашому випадку в умові задачі задана не швидкість, а кінетична енергія частинки, тому розв'язання задачі зведеться до знаходження формули, що зв'яже імпульс і кінетичну енергію.

Встановимо зв'язок між імпульсом і повною енергією частинки.

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

де  $E_0$  - енергія спокою частинки.

Отриманий вираз підведемо до квадрату:

$$E^2 = \frac{E_0^2}{1 - \beta^2}.$$

Звідки  $E^2 - (\beta E)^2 = E_0^2$ . Перетворимо доданок  $\beta E$ :

$$\beta E = \frac{v}{c} mc^2 = mcv = cp,$$

що дозволяє записати:

$$E^2 - (cp)^2 = E_0^2.$$

Звідки імпульс отримуємо у такому вигляді:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - E_0^2} = \frac{1}{c} \sqrt{(E - E_0)(E + E_0)}.$$

Різниця між повною енергією і енергією спокою є кінетична енергія частинки  $T$ :

$$E - E_0 = T.$$

Перетворимо вираз:

$$E + E_0 = E_0 + E_0 + T = T + 2E_0.$$

Враховуючи отримані співвідношення, остаточно отримуємо вираз, що зв'язує імпульс і кінетичну енергію:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2E_0)} = \frac{\sqrt{5(5 + 2 \cdot 0.51)}}{c} = \frac{5.5(\text{MeV})}{c} = \frac{5.5 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} 2.93 \cdot 10^{-21} (\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с})$$

Окремо для простоти обчислимо енергію спокою електрона в електрон-вольтах:

$$E_0 = mc^2 = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 0.51 \cdot 10^6 (\text{eV}) = 0.51 \text{ MeV}$$

### Приклад 3.

Довжина хвилі, на яку доводиться максимум енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла, дорівнює 0,58 мкм. Визначити енергетичну світність поверхні тіла.

#### Розв'язання:

Енергетична світність абсолютно чорного тіла за законом Стефана - Больцмана пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури і визначається співвідношенням:

$$R = \sigma \cdot T^4,$$

де  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$  - постійна Стефана - Больцмана,  $T$  - абсолютна температура.

Температуру можна обчислити за допомогою закону зміщення Віна:

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T},$$

де  $b = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  - постійна закону зміщення Віна.

Таким чином, для енергетичної світності отримаємо наступний вираз:

$$R = \sigma \cdot \left( \frac{b}{\lambda_{\text{max}}} \right)^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \left( \frac{2.90 \cdot 10^{-3}}{5.8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 3.54 \cdot 10^7 \left( \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right)$$

### Приклад 4

Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, що вириваються з поверхні срібла: 1) ультрафіолетовими променями з довжиною хвилі 0,155 мкм; 2)  $\gamma$ - променями з довжиною хвилі 1 нм.

### **Розв'язання:**

Рівняння Ейнштейна для фотоефекту:

$$h\nu = A + T_{\max},$$

або в нашому випадку

$$h \frac{c}{\lambda} = A + T_{\max}.$$

В цьому рівнянні  $h\nu$  - енергія падаючого кванта ( $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  - стала Планка),  $A$  - робота виходу електрона з металу,  $T_{\max}$  - максимальна кінетична енергія фотоелектронів, що вже вийшли з металу.

Кінетична енергія електронів може бути обчислена або в рамках класичної теорії, тоді кінетична енергія має вигляд  $T_{\max} = \frac{mv^2}{2}$ , або слід

розглянути релятивістський випадок:  $T_{\max} = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)$ . Вибір залежить від

того, яка швидкість надається фотоелектрону, а вона у свою чергу визначається енергією фотона, що викликає фотоефект. Якщо енергія фотона багато менше енергії спокою електрона, то може бути застосована класична формула кінетичної енергії, якщо ж вона порівнянна з енергією спокою електрона, то слід розглядати релятивістський випадок.

Для вибору ходу розв'язання задачі обчислимо енергії спокою електрона, енергії ультрафіолетових променів і  $\gamma$ -променів. Порівняння цих енергій дозволить правильно вибрати хід розв'язання.

$$1. E_0 = m_0 c^2 = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 0.51 \cdot 10^6 (\text{eV}) = 0.51 \text{ MeV}$$

$$2. \varepsilon_1 = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1.55 \cdot 10^{-7}} = 1.28 \cdot 10^{-18} (\text{Дж}) = \frac{1.28 \cdot 10^{-18}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 8 \text{ eV}$$

$$3. \varepsilon_2 = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-12}} = 1.99 \cdot 10^{-13} (\text{Дж}) = \frac{1.99 \cdot 10^{-13}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 1.24 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

Порівняння отриманих виразів дозволяє припустити, що в першому випадку ультрафіолетового випромінювання кінетичну енергію фотоелектронів можна розраховувати по класичній формулі, а в другому випадку необхідно застосувати релятивістський підхід.

Робота виходу електрона з срібла дорівнює  $4,5 \text{ eV}$ , або  $7,5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ .

Розглянемо перший випадок.

Рівняння Ейнштейна запишемо у вигляді:  $h \frac{c}{\lambda} = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$ , звідки вираз для швидкості

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 - A)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(1.28 \cdot 10^{-18} - 0.75 \cdot 10^{-18})}{9.1 \cdot 10^{-31}}} = 1.08 \cdot 10^6 \text{ (м/с)}.$$

Другий випадок.

Роботою виходу електрона з срібла можна знехтувати в порівнянні з енергією фотона, тому можна прийняти, що максимальна кінетична енергія електрона дорівнює енергії фотона, тобто  $\varepsilon_2$ .

Для обчислення кінетичної енергії електрона в цьому випадку необхідно користуватися релятивістською формулою:

$$T_{\max} = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Розв'язуючи це рівняння відносно  $\beta$ , знайдемо:

$$\beta = \frac{\sqrt{T(T + 2E_0)}}{T + E_0}.$$

Оскільки  $\beta = v/c$  і  $T_{\max} = \varepsilon_2$ , знаходимо максимальну швидкість для цього випадку:

$$v_{\max} = c \frac{\sqrt{(2E_0 + \varepsilon_2)\varepsilon_2}}{E_0 + \varepsilon_2} = 3 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{(2 \cdot 0.51 + 1.24)1.24}}{0.51 + 1.24} = 2.85 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}.$$

(Оскільки всі енергії, які увійшли до кінцевої формули, входять в неї у вигляді відношення, то зручніше взяти їх не в джоулях, а в електрон-вольтах.)

## Контрольна робота № 6

(коливання і хвилі, хвильова оптика, квантова фізика, теорія відносності)

### Інтерференція

601. В досліді Юнга на шляху одного з променів, що інтерферують, вміщувалась тонка скляна пластинка, внаслідок чого центральна світла смуга зміщувалася в положення, спочатку зайняте п'ятою світлою смугою (не враховуючи центральної). Визначити товщину цієї пластинки. Промінь падає на пластинку перпендикулярно. Показник заломлення пластинки 1,5. Довжина хвилі дорівнює 600 нм.

602. В досліді Юнга скляна пластинка завтовшки в  $2\text{ см}$  вміщується на шляху одного з променів, що інтерферують, перпендикулярно променю. На скільки можуть відрізнятись один від одного значення показника заломлення в різних місцях пластинки, щоб зміна різниці ходу від цієї неоднорідності не перевищувала  $1\text{ мкм}$ ?
603. Мильна плівка, розташована вертикально, утворює клин внаслідок стікання рідини. Спостерігаючи інтерференційні смуги у відбитому світлі ртутної дуги ( $\lambda = 546,1\text{ нм}$ ), знаходимо, що відстань між п'ятьма смугами дорівнює  $2\text{ см}$ . Знайти кут клину в секундах. Світло падає перпендикулярно до поверхні плівки. Показник заломлення мильної води  $1,33$ .
604. На скляну пластинку нанесено тонкий шар прозорої речовини з показником заломлення  $1,4$ . Пластинка освітлюється пучком паралельних променів довжиною хвилі  $540\text{ нм}$ , що падають на пластинку нормально. Яку мінімальну товщину повинен мати шар, щоб відбиті промені мали найменшу яскравість?
605. Установка для спостереження кілець Ньютона у відбитому світлі освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі  $500\text{ нм}$ , що падає нормально. Простір між лінзою і скляною пластинкою заповнений водою. Знайти товщину шару води між лінзою і скляною пластинкою в тому місці, де спостерігається третє світле кільце.
606. На поверхню скляного об'єктиву нанесена тонка плівка з показником заломлення  $1,2$  ("прояснююча" оптика). При якій найменшій товщині цієї плівки відбудеться максимальне ослаблення відбитого світла в середній частині видимого спектру? ( $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}\text{ м}$ ).
607. Установка для отримання кілець Ньютона освітлюється світлом від ртутної дуги, що падає нормально, спостереження проводиться в світлі, що проходить. Яке по порядку світле кільце, відповідне лінії  $579,1\text{ нм}$  співпадає з наступним світлим кільцем, відповідним лінії  $577\text{ нм}$ ?
608. Установка для отримання кілець Ньютона освітлюється монохроматичним світлом. Спостереження ведеться у відбитому світлі. Радіуси двох сусідніх темних кілець дорівнюють відповідно  $4,00\text{ мм}$  і  $4,38\text{ мм}$ . Радіус кривини лінзи дорівнює  $6,4\text{ м}$ . Знайти порядкові номери кілець і довжину хвилі падаючого світла.

609. Знайти відстань між третім і шістнадцятим темними кільцями Ньютона, якщо відстань між другим і двадцятим темними кільцями дорівнює  $4,8 \text{ мм}$ . Спостереження ведеться у відбитому світлі.
610. Пучок білого світла падає нормально на скляну пластинку товщиною  $0,4 \text{ мм}$ . Показник заломлення скла  $1,5$ . Які довжини хвиль, що лежать в межах видимого спектру (від  $400$  до  $700 \text{ нм}$ ), посилюються у відбитому пучку?

### Дифракція

611. Точкове джерело світла з довжиною хвилі  $0,5 \text{ мкм}$  розташоване на відстані  $1 \text{ м}$  перед діафрагмою з круглим отвором радіусом  $1 \text{ мм}$ . Знайти відстань від діафрагми до точки спостереження, для якої в отворі вкладається три зони Френеля.
612. Між точковим джерелом світла і екраном вмістили діафрагму з круглим отвором, радіус якого можна міняти в процесі досліду. Відстань від діафрагми до джерела і екрану становить  $1 \text{ м}$  і  $1,25 \text{ м}$  відповідно. Визначити довжину хвилі світла, якщо максимум освітленості в центрі дифракційної картини на екрані спостерігається при радіусі отвору рівному  $1 \text{ мм}$ , а наступний максимум при  $-1,29 \text{ мм}$ .
613. Плоска монохроматична світлова хвиля падає нормально на круглий отвір. На відстані  $9 \text{ м}$  від нього знаходиться екран, де спостерігають деяку дифракційну картину. Діаметр отвору зменшили в три рази. Знайти нову відстань, на якій треба помістити екран, щоб отримати на ньому дифракційну картину, подібну до тої, що і у попередньому випадку, але зменшену в 3 рази.
614. Світло від монохроматичного джерела з довжиною хвилі  $0,6 \text{ мкм}$  падає нормально на діафрагму з круглим отвором. Діаметр отвору дорівнює  $6 \text{ мм}$ . За діафрагмою на відстані  $3 \text{ м}$  від неї знаходився екран. Знайти: 1) скільки зон Френеля вкладається в отворі діафрагми, 2) яким буде центр дифракційної картини на екрані темним чи світлим, 3) на скільки потрібно наблизити екран до діафрагми, щоб змінити освітленість центру дифракційної картини на протилежну.
615. Дифракційна картина спостерігається на відстані  $l$  від точкового джерела монохроматичного світла з довжиною хвилі  $0,6 \text{ мкм}$ . На відстані  $\frac{3l}{4}$  від дже-



рела знаходиться кругла непрозора перешкода діаметром  $1\text{ см}$ . Чому дорівнює відстань  $l$ , якщо перешкода закриває тільки центральну зону Френеля?

616. На діафрагму з круглим отвором падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі  $0,6\text{ мкм}$ . При якій найбільшій відстані між діафрагмою і екраном в центрі дифракційної картини ще спостерігатиметься темна пляма? Діаметр отвору становить  $1,96\text{ мм}$ .
617. Дифракційна картина спостерігається на відстані  $4\text{ м}$  від точкового джерела монохроматичного світла з довжиною хвилі  $0,5\text{ мкм}$ . Посередині між екраном і джерелом світла знаходиться діафрагма з круглим отвором. При якому радіусі отвору центр дифракційних кілець, які спостерігаються на екрані, буде найбільш темним?
618. На щілину шириною  $20\text{ мкм}$  падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі  $0,5\text{ мкм}$ . Знайти ширину зображення щілини на екрані, віддаленому від щілини на  $1\text{ м}$ . Шириною зображення вважати відстань між першими дифракційними мінімумами, розташованими по обидві сторони від головного максимуму освітленості.
619. На щілину падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda$ . Ширина щілини дорівнює  $6\lambda$ . Під якими кутами спостерігатимуться дифракційні мінімуми світла? Скільки дифракційних максимумів світла можна теоретично спостерігати в умовах даного досліду?
620. На щілину шириною  $2\text{ мкм}$  падає нормально паралельний пучок світла з довжиною хвилі  $589\text{ нм}$ . Знайти кути, в напрямках яких спостерігатимуться мінімуми світла.
621. На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $410\text{ нм}$ . Кут між напрямками на максимуми першого і другого порядків рівний  $2^{\circ}21'$ . Визначити число штрихів на  $1\text{ мм}$  дифракційної ґратки.
622. Постійна дифракційної ґратки в  $5$  разів більша за довжину світлової хвилі монохроматичного світла, що нормально падає на її поверхню. Визначити кут між двома першими симетричними дифракційними максимумами.
623. На поверхню дифракційної ґратки нормально до її поверхні падає монохроматичне світло. Постійна дифракційної ґратки в  $3,5$  разів більше за довжину світлової хвилі. Знайти загальну кількість дифракційних максимумів, які теоретично можна спостерігати в даному випадку.

624. Постійна дифракційної ґратки дорівнює  $5\text{ мкм}$ . На ґратку нормально падає світло з довжиною хвилі  $0,56\text{ мкм}$ . Максимум якого найбільшого порядку дає ця ґратка? Скільки максимумів можна теоретично спостерігати в цьому випадку?
625. На дифракційну ґратку нормально падає паралельний пучок білого світла. Спектри другого і третього порядку частково накладаються один на одний. На яку довжину хвилі в спектрі другого порядку накладається фіолетова лінія ( $400\text{ нм}$ ) спектру третього порядку?
626. На дифракційну ґратку, що містить  $500$  штрихів на одному міліметрі, падає нормально біле світло. Спектр проектується розташованою поблизу ґратки лінзою на екран. Визначити довжину спектру першого порядку на екрані, якщо відстань від лінзи до екрану становить  $1\text{ м}$ . Межі видимого спектру від  $780\text{ нм}$  до  $400\text{ нм}$ .
627. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла від розрядної трубки, наповненої гелієм. На яку лінію в спектрі третього порядку накладається червона лінія гелію з довжиною хвилі  $670\text{ нм}$  спектру другого порядку?
628. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла від розрядної трубки. Чому повинна дорівнювати постійна дифракційної ґратки, щоб у напрямку  $41^\circ$  співпадали максимуми двох ліній з довжинами хвиль  $656,3\text{ нм}$  і  $410,2\text{ нм}$ ?
629. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла. Червону лінію з довжиною хвилі  $630\text{ нм}$  видно в спектрі третього порядку під кутом  $60^\circ$ . Яку спектральну лінію видно під цим кутом в спектрі четвертого порядку? Яке число штрихів на  $1\text{ мм}$  довжини має ця дифракційна ґратка?
630. При нормальному падінні світла на дифракційну ґратку кут дифракції для лінії з довжиною хвилі  $0,65\text{ мкм}$  в другому порядку дорівнює  $45^\circ$ . Визначити кут дифракції для лінії з довжиною хвилі  $0,50\text{ мкм}$  в третьому порядку.
631. Визначити довжину хвилі монохроматичного світла, що падає нормально на дифракційну ґратку з періодом  $2,2\text{ мкм}$ , якщо кут між напрямками на максимуми першого і другого порядків дорівнює  $15^\circ$ .

### Поляризація світлових хвиль

632. Кут падіння променя на поверхню рідині дорівнює  $50^\circ$ . Відбитий промінь максимально поляризований. Визначити кут заломлення променя.
633. Промінь світла, що йде в скляній посудині з водою, відбивається від дна посудини. При якому куті падіння відбитий промінь буде максимально поляри-

зований? (Абсолютний показник заломлення для скла дорівнює  $1,5$ , для води –  $1,33$ ).

634. Промінь світла переходить з води в скло так, що промінь, відбитий від межі розділу цих середовищ, виявляється максимально поляризованим. Визначити кут між падаючим і заломленим променями. (Абсолютний показник заломлення для скла дорівнює  $1,5$ , для води –  $1,33$ ).
635. Граничний кут повного внутрішнього відбивання для деякої речовини становить  $45^\circ$ . Чому дорівнює для цієї речовини кут повної поляризації?
636. Промінь світла проходить крізь рідину, що налита в скляну посудину, і відбивається від дна. Відбитий промінь повністю поляризований при падінні його на дно посудини під кутом  $42^\circ 37'$ . Знайти: 1) показник заломлення рідини, 2) під яким кутом повинен падати на дно посудини промінь світла, що йде в цій рідині, щоб відбулося повне внутрішнє відбивання? (Абсолютний показник заломлення для скла дорівнює  $1,5$ ).
637. Промінь природнього світла послідовно проходить через два ніколі, головні площини яких утворюють між собою кут  $50^\circ$ . Приймаючи, що коефіцієнт поглинання кожного ніколя становить  $0,1$ , знайти в скільки разів промінь, що виходить з другого ніколя, послаблений в порівнянні з променем, що падає на перший ніколь.
638. Кут між площинами поляризатора і аналізатора становить  $60^\circ$ . Природнє світло, проходячи через таку систему, послаблюється в  $10$  разів. Нехтуючи втратою інтенсивності світла при відбиванні, визначити коефіцієнт поглинання світла в поляризаторі і аналізаторі, вважаючи його однаковим для обох приладів.
639. Природнє світло проходить через поляризатор і аналізатор поставлені так, що кут між їх головними площинами дорівнює  $\alpha$ . Як поляризатор, так і аналізатор поглинають і відбивають  $8\%$  падаючого на них світла. Виявилось, що інтенсивність променя, що вийшов з аналізатора, становить  $9\%$  інтенсивності природнього світла, що падає на поляризатор. Знайти кут  $\alpha$ .
640. Якщо між двома схрещеними поляроїдами помістити третій, оптична вісь якого складає кут  $\alpha$  з оптичною віссю аналізатора, то поле проясниться. Знайти інтенсивність світла, що пройшло крізь систему. Втратами світла на відбивання і поглинання знехтувати.

641. Пучок природного світла падає на систему з 6 ніколів, площа пропускання кожного з яких складає кут  $30^\circ$  відносно площини пропускання попереднього ніколя. Яка частина світлового потоку проходить через цю систему?
642. Природне світло падає на систему з трьох послідовно розташованих однакових поляроїдів, причому головний напрямок середнього поляроїда складає кут  $60^\circ$  з головними напрямками двох інших поляроїдів. Кожен поляроїд має поглинання таке, що при падінні на нього лінійно поляризованого світла максимальний коефіцієнт пропускання складає  $0,81$ . У скільки разів зменшиться інтенсивність світла після проходження цієї системи?

### Механічні коливання

701. Матеріальна точка здійснює коливання за законом синуса. Найбільше відхилення точки  $0,2$  м, найбільша швидкість  $0,4$  м/с. Записати рівняння коливань, знайти максимальне прискорення точки, повну енергію точки, що коливається, якщо прийняти її масу рівною  $0,1$  г.
702. Точка здійснює гармонічні коливання, рівняння яких має вигляд  $x = (5 \sin 2t)$  см. В момент, коли на точку діяла сила, яка повертає її в положення рівноваги, за величиною  $F = +5$  мН, точка мала потенціальну енергію  $0,1$  мДж. Знайти цей момент і відповідну йому фазу коливань.
703. Матеріальна точка масою  $0,01$  кг здійснює гармонічні коливання, рівняння яких має вигляд  $x = (5 \sin 10t)$  см. Знайти силу, що діє на точку, в момент часу  $0,1$  с, а також повну енергію точки.
704. Матеріальна точка масою  $0,1$  г коливається згідно рівнянню  $x = (5 \sin 20t)$  см. Визначити максимальні значення сили, що діє на точку, і кінетичної енергії точки.
705. Амплітуда гармонічних коливань матеріальної точки дорівнює  $2$  см, повна енергія коливань  $0,3$  мкДж. При якому відхиленні від положення рівноваги на точку, що коливається, діє сила  $22,5$  мкН?
706. Математичний маятник здійснює згасаючі коливання з логарифмічним декрементом згасання рівним  $0,2$ . У скільки разів зменшиться повне прискорення маятника в його крайньому положенні за одне коливання?
707. Тіло масою  $10$  г здійснює згасаючі коливання з максимальним значенням амплітуди  $7$  см, початковою фазою рівної нулю, і коефіцієнтом згасання рівним  $0,6$  с<sup>-1</sup>. На це тіло почала діяти зовнішня періодична сила, під дією

якої встановилися вимушені коливання. Рівняння вимушених коливань має вигляд  $x = (5 \sin(10\pi \cdot t - 0.75\pi))$  см. Знайти: 1) рівняння (з числовими коефіцієнтами) власних коливань, 2) рівняння (з числовими коефіцієнтами) зовнішньої періодичної сили.

708. До пружини, що висить вертикально, підвішують вантаж. При цьому пружина подовжується на 9,8 см. Відтягуючи цей вантаж вниз і відпускаючи його, примушують вантаж здійснювати коливання. Чому повинен дорівнювати коефіцієнт згасання, щоб: 1) коливання припинилися через 10 с (вважати умовно, що коливання припинилися, якщо їх амплітуда зменшується до 1% від початкової величини), 2) вантаж повертався в положення рівноваги аперіодично, 3) логарифмічний декремент згасання дорівнює 6?
709. Амплітуди відхилень вимушених гармонічних коливань при циклічних частотах 400 рад/с і 600 рад/с рівні між собою. Знайти частоту, при якій амплітуда відхилення максимальна.

710. Рівняння згасаючих коливань дане у вигляді  $x = \left( 5 \exp(-0.25t) \sin \frac{\pi}{2} t \right)$  м.

Знайти: 1) логарифмічний декремент згасання, 2) швидкість точки, що коливається, в моменти часу: 0;  $T$ ;  $2T$ ;  $3T$  і  $4T$ , 3) прискорення точки, що коливається, в ці ж моменти часу.

711. Матеріальна точка масою 0,01 кг здійснює гармонічні коливання, рівняння яких має вигляд  $x = (0.2 \sin 2\pi \cdot t)$  м. Знайти силу, що діє на цю точку, в момент часу 0,1 с, а також повну енергію точки.

### Електромагнітні коливання і хвилі

712. Котушка, індуктивність якої  $3 \cdot 10^{-5}$  Гн, приєднана до плоского конденсатора з площею пластин  $100 \text{ см}^2$  і відстанню між ними 0,1 мм. Чому дорівнює діелектрична проникність середовища, що заповнює простір між пластинами, якщо контур резонує на хвилю, довжина якої 750 м?
713. Рівняння зміни з часом різниці потенціалів в коливальному контурі дане у вигляді  $U = (50 \cos(10^4 \pi \cdot t))$  В. Ємність конденсатора становить  $10^{-7}$  Ф. Знайти: 1) період коливань, 2) індуктивність контуру, 3) закон зміни з часом сили струму в ланцюзі, 4) довжину хвилі, відповідну цьому контуру.
714. Рівняння зміни сили струму в коливальному контурі з часом дається у вигляді  $I = (-0.02 \sin 400\pi \cdot t)$  А. Індуктивність контура 1,0 Гн. Знайти:

- 1)період коливань, 2)ємність контура, 3)максимальну різницю потенціалів на обкладинках конденсатора, 4)максимальну енергію магнітного поля, 5)максимальну енергію електричного поля.
715. Чому дорівнює відношення енергії магнітного поля коливального контура до енергії його електричного поля для моменту часу  $T/8$  с?
716. Коливальний контур радіоприймача складається з котушки з індуктивністю  $1$  мГн і змінного конденсатора, ємність якого може мінятися в межах від 9,7 до 92 пФ. У якому діапазоні може приймати радіостанції цей приймач?
717. Обмотка котушки складається з 500 витків мідного дроту площею поперечного перетину  $1,0$  мм<sup>2</sup>. Довжина котушки  $0,5$  м і її діаметр  $5$  см. При якій частоті змінного струму повний опір цієї котушки удвічі більше за її активний опір?
718. Максимальна напруга в коливальному контурі, що складається з котушки індуктивністю  $5$  мкГн і конденсатора ємністю  $13$  нФ, дорівнює  $1,2$  В. Активним опором можна знехтувати. Визначити: 1)ефективну величину сили струму в ланцюзі, 2)максимальне значення магнітного потоку, якщо число витків котушки дорівнює 28.
719. Плоский контур, що складається з індуктивності  $10$  мГн і активного опору  $70$  Ом, обертається з кутовою швидкістю  $100$  рад/с в однорідному магнітному полі з індукцією  $0,01$  Тл. Площа контура  $10$  см<sup>2</sup>. Визначити силу струму в контурі. Яку потужність необхідно витратити, щоб обертати контур?
720. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $2,22$  нФ і одношарової котушки, намотаної з мідного дроту діаметром  $0,5$  мм. Довжина котушки  $0,2$  м. Знайти логарифмічний декремент згасання коливань.
721. При обертанні металевих тіл електрони віддаляються від осі обертання, і в тілі створюється електричне поле. З якою частотою повинен обертатися біля вертикальної осі металевий диск, щоб електричне поле в ньому було відсутнє? Вертикальну складову магнітного поля Землі прийняти рівною  $40$  А/м.
722. Котушка довжиною  $25$  см і радіусом  $2$  см має обмотку з 1000 витків мідного дроту площею поперечного перетину  $1$  мм<sup>2</sup>. Котушка ввімкнена в ланцюг змінного струму з частотою  $50$  Гц. Яку частину повного опору котушки складає: 1)активний опір, 2)індуктивний опір?

### Елементи теорії відносності

801. Кінетична енергія електрона дорівнює  $1,53\text{MeV}$ . Визначити імпульс електрона, швидкість електрона і його масу в цих умовах.
802. При якій швидкості маса будь-якої частинки речовини в п'ять разів більше її маси спокою?
803. Яку швидкість потрібно надати частинці, щоб її кінетична енергія дорівнювала б енергії спокою?
804. Яку прискорюючу різницю потенціалів повинен пройти електрон, щоб його швидкість склала  $95\%$  швидкості світла?
805. Повна енергія протона в  $10$  разів більше його енергії спокою. Чому за цих умов дорівнює швидкість, маса, імпульс і кінетична енергія протона?
806. На скільки збільшиться швидкість  $\alpha$  - частинки при прискоренні її від початкової швидкості рівної нулю до швидкості рівної  $0,9$  швидкості світла?
807. Поздовжні розміри тіла масою  $2 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$  зменшилися в два рази. Яку швидкість повинно для цього мати тіло, яка його маса і кінетична енергія за цих умов?
808. Синхрофазотрон дає пучок протонів з кінетичною енергією  $104 \text{ MeV}$ . Яку частку швидкості світла складає швидкість протонів в цьому пучку. Чому дорівнює відносне релятивістське скорочення розмірів протона в цих умовах?
809. Кубик масою  $2,7 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$  і стороною  $1 \text{ мм}$  рухається вздовж осі, що співпадає з однією з його сторін, із швидкістю  $0,8$  швидкості світла. Знайти його густину і відносну зміну об'єму.
810. Протон має імпульс  $938 \text{ MeV} \cdot \text{с/м}$ . Яку кінетичну енергію необхідно надати протону, щоб його імпульс зріс удвічі?
811. Електрон прискорюється в електричному полі з напруженістю  $3 \cdot 10^6 \text{ В/м}$ . Знайти швидкість електрона через  $1 \text{ нс}$ . Яка була б швидкість електрона, якби його маса не залежала від швидкості (нерелятивістський випадок)?

### Теплове випромінювання

901. Температура вольфрамової спіралі в  $100\text{-ватній}$  електричній лампочці дорівнює  $2450 \text{ K}$ . Відношення її енергетичної світимості до енергетичної світимості абсолютно чорного тіла при даній температурі дорівнює  $0,3$ . Знайти величину випромінюючої поверхні.

902. Обчислити дійсну температуру вольфрамової розжареної спіралі, якщо радіаційний пірометр показує температуру  $2250\text{ K}$ . Прийняти, що поглинальна здатність для вольфраму не залежить від частоти випромінювання і дорівнює  $0,32$ .
903. Потік випромінювання абсолютно чорного тіла становить  $1\text{ кВт}$ , максимум енергії випромінювання доводиться на довжину хвилі  $1,45\text{ мкм}$ . Визначити площу випромінюючої поверхні.
904. Визначити температуру і енергетичну світимість абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання припадає на довжину хвилі  $400\text{ нм}$ .
905. Як і в скільки разів зміниться потік випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум енергії випромінювання переміститься з червоної межі видимого спектру ( $780\text{ нм}$ ) на фіолетову ( $390\text{ нм}$ )?
906. З оглядового віконця печі випромінюється потік енергії  $3 \cdot 10^3\text{ Дж/хв}$ . Визначити температуру печі, якщо площа отвору дорівнює  $8\text{ см}^2$ .
907. Абсолютно чорне тіло має температуру  $400\text{ K}$ . Якою буде температура тіла, якщо в результаті нагрівання потік випромінювання збільшиться в  $10$  разів?
908. Випромінювання Сонця по своєму спектральному складу близько до випромінювання абсолютно чорного тіла, для якого максимум здатності випромінювання, припадає на довжину хвилі  $0,48\text{ мкм}$ . Знайти масу, що втрачається Сонцем в одну секунду за рахунок випромінювання.
909. Енергетична світимість абсолютно чорного тіла дорівнює  $300\text{ Вт/м}^2$ . Визначити довжину хвилі, що відповідає максимуму випромінювальної здатності цього тіла..
910. Є два абсолютно чорних джерела теплового випромінювання. Температура одного з них  $2500\text{ K}$ . Визначити температуру іншого джерела, якщо довжина хвилі, що відповідає максимуму його випромінювальної здатності на  $0,50\text{ мкм}$  більше довжини хвилі, що відповідає максимуму випромінювальної здатності першого джерела.

### Елементи квантової фізики

911. З якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб імпульс його був рівний імпульсу фотона з довжиною хвилі  $520\text{ нм}$ ?
912. Яку енергію повинен мати фотон, щоб його маса дорівнювала масі спокою електрона? Визначити довжину хвилі випромінювання.



913. При якій температурі кінетична енергія молекули двоатомного газу буде еквівалентна енергії фотона з довжиною хвилі  $589 \text{ нм}$ ?
914. Знайти масу фотона, імпульс якого дорівнює імпульсу молекули водню при температурі  $20^0 \text{ C}$ . Вважати, що швидкість молекули дорівнює середній квадратичній швидкості.
915. Обчислити довжини хвиль де-Бройля електрона, протона і атома урану, що мають однакову кінетичну енергію, яка складає  $100 \text{ eV}$ .
916. Яку енергію необхідно додатково надати електрону, щоб його довжина хвилі де Бройля зменшилася від  $100$  до  $50 \text{ нм}$ ?
917. Заряджена частинка, прискорена різницею потенціалів  $200 \text{ В}$ , має довжину хвилі де-Бройля, яка становить  $2,02 \text{ нм}$ . Знайти масу цієї частинки, якщо відомо, що заряд її чисельно дорівнює заряду електрона.
918.  $\alpha$  - частинка рухається по колу радіусом  $0,83 \text{ см}$  в однорідному магнітному полі, напруженість якого складає  $20 \text{ кА/м}$ . Знайти довжину хвилі де Бройля для цієї  $\alpha$ -частинки.
919. Знайти довжину хвилі де-Бройля для атома водню, що рухається при температурі  $20^0 \text{ C}$  з найбільш вірогідною швидкістю.
920. Визначити енергію, масу і імпульс фотона, якщо відповідна йому довжина хвилі дорівнює  $1,6 \text{ нм}$ .
921. Червона межа фотоефекту для цезію складає  $640 \text{ нм}$ . Визначити максимальну кінетичну енергію фотоелектронів в електрон-вольтах, якщо на цезій падають промені з довжиною хвилі  $200 \text{ нм}$ .
922. Яка повинна бути довжина хвилі  $\gamma$ -променів, що падають на цинкову пластинку, щоб максимальна швидкість фотоелектронів дорівнювала  $1 \text{ Мм/с}$ ?
923. На фотоелемент з катодом з рубідію падають промені з довжиною хвилі  $100 \text{ нм}$ . Знайти найменше значення затримуючої різниці потенціалів, яку потрібно прикласти до фотоелемента, щоб припинити фотострум.
924. На металеву пластинку спрямований пучок ультрафіолетових променів з довжиною хвилі  $0,2 \text{ мкм}$ . Фотострум припиняється при мінімальній затримуючій різниці потенціалів  $2,2 \text{ В}$ . Визначити роботу виходу електронів з металу. По таблиці визначити, який це метал.
925. До якого максимального потенціалу буде заряджатися віддалена від інших тіл мідна кулька при опромінюванні її електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі  $140 \text{ нм}$ ?

926. При по черговому освітленні поверхні деякого металу світлом з довжинами хвиль  $0,35 \text{ мкм}$  і  $0,54 \text{ мкм}$  виявили, що відповідні максимальні швидкості фотоелектронів відрізняються один від одного в 2 рази. Знайти роботу виходу з поверхні цього металу в електрон-вольтах. По таблиці визначити, який це метал.
927. Знайти частоту світла, що вириває з поверхні металу електрони, які повністю затримуються зворотним потенціалом  $3 \text{ В}$ . Фотоефект у цього металу починається при частоті падаючого світла, яка дорівнює  $6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Знайти роботу виходу електрона з цього металу. По таблиці визначити, який це метал.
928. При фотоефекті з платинової поверхні величина затримуючого потенціалу виявилася рівною  $0,8 \text{ В}$ . Знайти: 1) довжину хвилі застосованого випромінювання, 2) максимальну довжину хвилі, при якій ще можливий фотоефект.
929. Кванти світла з енергією  $4,9 \text{ еВ}$  виривають фотоелектрони з металу з роботою виходу  $4,5 \text{ еВ}$ . Знайти максимальний імпульс, що надається поверхні металу при вильоті кожного електрона.
930. Визначити сталу Планка, якщо відомо, що фотоелектрони, що вириваються з поверхні деякого металу світлом з частотою  $2,2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ , повністю затримуються зворотним потенціалом  $6,6 \text{ В}$ , а ті, що вириваються світлом з частотою  $4,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  потенціалом  $16,5 \text{ В}$ .
931. Фотон з енергією  $10 \text{ еВ}$  падає на цинкову пластинку і викликає фотоефект. Визначити імпульс, отриманий пластинкою, якщо прийняти, що напрям руху фотона і фотоелектрона лежать на одній прямій, перпендикулярній поверхні пластин.

Таблиця 1. - Деякі сталі та астрономічні величини.

1	Гравітаційна стала $G$	$6.67 \cdot 10^{-11} \frac{м^3}{кг \cdot с^2}$
2	Стала Больцмана $k$	$1.38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$
3	Електрична стала $\epsilon_0$	$8.85 \cdot 10^{-12} \frac{Ф}{м}$
4	Магнітна стала $\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}$
5	Стала Стефана – Больцмана $\sigma$	$5.67 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 К^4}$
6	Стала Планка $h$	$6.625 \cdot 10^{-34} Дж \cdot с$
7	Заряд електрона $e$	$1.602 \cdot 10^{-19} Кл$
8	Маса спокою електрона $m_e$	$9.11 \cdot 10^{-31} кг$
9	Маса спокою протона $m_p$	$1.672 \cdot 10^{-27} кг$
10	Швидкість поширення світла в вакуумі $c$	$2.998 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$
11	Середній радіус Землі $R_z$	$6.37 \cdot 10^6 м$
12	Маса Землі $M_z$	$5.96 \cdot 10^{24} кг$
13	Радіус Сонця $R_c$	$6.95 \cdot 10^8 м$
14	Маса Сонця $M_c$	$1.97 \cdot 10^{30} кг$
15	Середня відстань між центрами Сонця і Землі	$1.5 \cdot 10^{11} м$
16	Стала Віна $b$	$2.9 \cdot 10^{-3} м \cdot К$

Таблиця 2. - Робота виходу електронів з металів (в  $eB$ ).

Метал	$A, eB$
W	4.5
W+Cs	1.6
W+Th	2.63
Pt+Cs	1.40
Pt	5.3
Ag	4.74
Li	2.4
Na	2.3
K	2.0
Cs	1.9

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М.Наука. т.1-3, 1989
2. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. М. Наука. т. 1-3, Київ, “Едельвейс”, Дніпро, 1994.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.Наука. 1990.
4. Гаркуша І. П., Горбачук І. Т., Курінний В. П., Кучерук І. М. Загальний курс фізики. Збірник задач. К.: Техніка, 2004.
5. Кучерук І.М., Горбачук І.Т.. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. Київ, “Вища школа”, 1995.
6. Богацька І.Г., Головка Д.Б., Малярєнко Д.А., Ментковський Ю.Л. Загальні основи фізики. Т. 1. Механіка і молекулярна фізика., Т.2. Електродинаміка і атомна фізика. Київ, “Либідь”, 1995.
7. Сена Л.А. Одиниці фізичних величин та їх розмірність. М. Наука. 1977.
8. Чолпан П.П.. Основи фізики. Київ, “Вища школа”, 1995.
9. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. Т.1. Київ, “Либідь”, 1997.
10. Аксьонова К.Ю., Оксюк Ю.Д., Сидоренко Є.Б. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу Фізика. Розділ ”Електрика і магнетизм”.- Харків: ХНАМГ, 2006.
11. Безуглий А.В., Сисоєв А.С. Петченко О.М. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з розділу ”Оптика” курсу фізики. - Харків: ХНАМГ, 2006.
12. Аксьонова К.Ю., Оксюк Ю.Д., Сидоренко Є.Б. Методичні вказівки до самостійної роботи з вивчення курсу фізики. - Харків: ХНАМГ, 2006.
13. Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Под ред. А.Г.Чертова. Москва, 1987.

## НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Фізика: методичні вказівки і контрольні завдання з розділів «Магнетизм, колювання і хвилі, хвильова оптика, квантова фізика» (для студентів 1 і 2 курсів заочної форми навчання).

Укладачі: **Аксьонова** Катерина Юріївна,  
**Оксюк** Юрій Данилович,  
**Сидоренко** Євген Борисович

Редактор *М. З. Аляб'єв*  
Комп'ютерне верстання *Н. В. Зражевська*

План 2009, поз. 288 М

---

Підп. до друку 28.05.2009 р.	Формат 60×84 1/16
Друк на ризографі.	Ум. друк. арк. 4,4
Тираж 50 пр.	Зам. №

Видавець і виготовлювач:  
Харківська національна академія міського господарства,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: [rectorat@ksame.kharkov.ua](mailto:rectorat@ksame.kharkov.ua)  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 731 від 19.12.2001